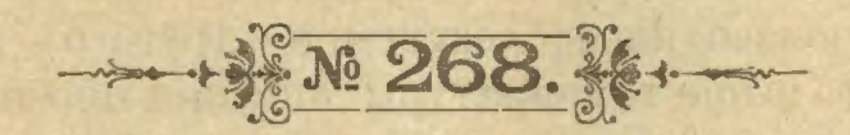
XXIII Сем. № 4.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.



Сжиженіе газовъ и новые элементы воздуха.

Б. Н. Меншуткина.

Сгущенные и сжиженные газы съ каждымъ годомъ пріобрѣтаютъ все большее и большее значеніе и все чаще употребляются на практикѣ. Если нужны большія количества, мы теперь прямо покупаемъ стальные цилиндры со сгущенными кислородомъ и водородомъ, съ жидкою углекислотою. Эту нынѣ широкоразвившуюся промышленность вызвали выдающіяся научныя открытія послѣднихъ десятилѣтій въ этой области; для сгущенія и сжиженія газовъ построены громадные заводы, которые являются въ свою очередь могущественными союзниками науки. Въ прошломъ году возникъ даже особый журналъ, исключительно посвященный сгущенію и сжиженію газовъ [1]).

Въ 1823 году Дэви и Фарадей сгустили въ жидкость первый газъ—хлоръ; для этого они охлаждали его смѣсью снѣга и соли, дающей до—25° холода и подвергали незначительному давленію. Послѣ этого сжиженіе газовъ пошло довольно быстро впередъ; Фарадей успѣшно произвелъ сжиженіе амміака, углекислоты и другихъ газовъ, критическія температуры которыхъ лежатъ не особенно низко; за нимъ принялись за

[1]) Zeitschrift für comprimirte und flüssige Gase.

дѣло многіе ученые, и къ началу восьмидесятыхъ годовъ были сжижены почти всѣ газы. Кислородъ, азотъ и воздухъ были получены въ значительныхъ количествахъ въ жидкомъ видѣ Вроблевскимъ и Ольшевскимъ въ 1883 году; наконецъ послѣдніе газы (фторъ, водородъ и гелій) были сжижены англійскимъ химикомъ Дьюаромъ въ концѣ прошлаго и началѣ нынѣшняго года.

Чрезвычайно низкія температуры, необходимыя для сжиженія послѣднихъ газовъ, достигнуты лишь благодаря тому, что нынѣ въ заводскихъ размѣрахъ можно готовить жидкій воздухъ. Первые изслѣдователи для полученія низкихъ температуръ употребляли чрезвычайно сложный способъ. Сначала для этого сгущался газъ, кипящій сравнительно высоко. Такимъ газомъ обыкновенно служилъ сѣрнистый газъ. Съ помощью его производилось сгущеніе другого газа, критическая температура котораго выше температуры кипѣнія перваго,—углекислоты; она кипитъ уже при—80°, что позволяло получить жидкій этиленъ; при кипѣніи послѣдняго въ пустотѣ можно достигнуть температуры ниже—140°, являющейся критической температурой для воздуха: это позволяло приготовить небольшое количество жидкаго воздуха. Но всѣ необходимые для послѣдовательнаго сжиженія газовъ приборы были настолько сложны и дороги, что нечего было и думать вводить ихъ на практику. И тѣмъ не менѣе мы теперь можемъ имѣть жидкій воздухъ въ любыхъ количествахъ и безъ особенныхъ затратъ.

Новый способъ сжиженія газовъ основанъ на совершенно другихъ началахъ. При сжиженіи всякаго газа выдѣляется тепло; если же сжатый газъ быстро расширить до болѣе низкаго давленія, то произойдетъ охлажденіе его, около $^1/_4{}^0$ на каждую атмосферу уничтоженнаго давленія Напримѣръ если воздухъ, находившійся подъ давленіемъ 200 атмосферъ внезапно расширить до 20 атмосферъ давленія, то произойдетъ охлажденіе въ $\frac{180.1^0}{4} = 45^0$. Этимъ воспользовался для сжиженія газовъ впервые въ 1877 году Калльетэ, французскій физикъ; теперь этотъ принципъ примѣняется для полученія жидкаго воздуха. Для примѣра опишемъ очень хорошую машину такого рода, придуманную Линде; схематическій разрѣзъ черезъ нее изображенъ на рис. 1.

Воздухъ сжимается насосомъ *Н* до 220 атмосферъ, охлаждается въ резервуарѣ *О* (обыкновенно холодной водой) приблизительно до $+20^0$ и идетъ по узкой трубкѣ T_2T_4, согнутой змѣевикомъ *З* въ 15 метровъ длиною въ сосудъ *П*, гдѣ расширяется до давленія въ 20 атмосферъ. Воздухъ при этомъ охлаждается на $\frac{200.1^0}{4} = 50^0$, т. е. до—30°; охлажденный воздухъ уходитъ по широкой трубкѣ T_3T_1. Но узкая трубка, приводящая сжатый воздухъ, лежитъ *внутри* широкой, и охлаждается благодаря этому тоже до—30°; когда воздухъ находящійся въ ней расширяется въ пріемникѣ, то онъ охладится до—80°; этотъ воздухъ въ свою очередь охладитъ сжатый воздухъ въ T_2T_4 до этой температуры и по расширеніи получится уже — 130°; при слѣдующемъ ударѣ поршня будетъ—180°, а это—температура, совершенно достаточная для того, чтобы находящійся подъ давленіемъ 20 атмо-

сферъ воздухъ далъ жидкость. Разъ начавшееся сжиженіе идетъ быстро впередъ, и пріемникъ *П* наполняется жидкимъ воздухомъ. Кранъ *К* позволяетъ регулировать притокъ сжатаго воздуха; трубка *a* служитъ для притока свѣжаго воздуха. Разумѣется, на практикѣ охлажденіе идетъ не такъ скоро, потому что невозможно сдѣлать стѣнки ящика,

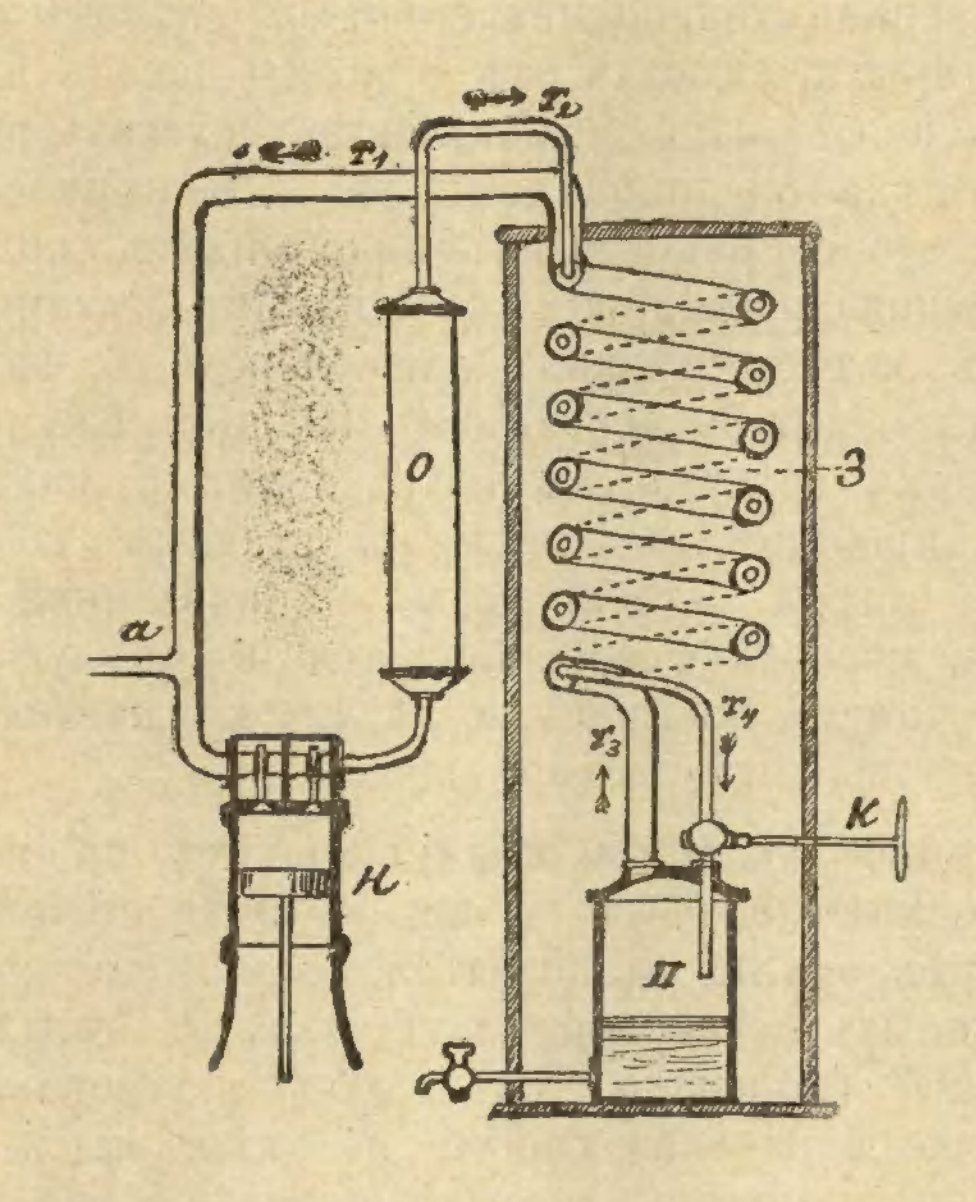


Рис. 1.

окружающаго змѣевикъ и пріемникъ, совершенно непроводящими тепла, да и сжатый воздухъ не успѣваетъ охладиться до температуры выходящаго воздуха; но всетаки уже черезъ 5 минутъ послѣ начала работы получается жидкій воздухъ. Машины эти постоянно совершенствуются и теперь уже есть машины, дающія до 150 литровъ жидкаго воздуха въ часъ съ затратою 150 лошад. силъ [1]). Отмѣтимъ еще машину американца К. Триплера, [2]) гдѣ воздухъ сжимается тремя насосами послѣдовательно до 5, 50 и 135 атмосферъ и потомъ расширяется; принципъ ея тотъ же.

Жидкій воздухъ, какъ онъ получается при только-что описанномъ способѣ приготовленія, является слегка мутной жидкостью. Мутность зависитъ отъ всегда находящихся въ воздухѣ водяного пара и углекислоты; хотя отъ нихъ и стараются очистить воздухъ до сжиженія, но слѣды все таки остаются. Если воздухъ профильтровать черезъ бумажный фильтръ, то онъ получается въ видѣ прозрачной, безцвѣтной жидкости, кипящей подъ атмосфернымъ давленіемъ при — 191^0 и при

[1]) Описаніе машины Линде и схематическій рисунокъ ея заимствованы изъ статьи д'Арсонваля, Comptes Rendus, 13 іюня 1898 года, стр. 1683.

[2]) Niewenglovski, Cosmos, 14 мая 1898 г. стр. 613.

— 200° — 210° въ пустотѣ; сохранять его можно въ металлическихъ сосудахъ, обернутыхъ войлокомъ или въ стеклянныхъ сосудахъ съ двойными стѣнками, пространство между которыми лишено воздуха. Его можно свободно переливать при обыкновенной температурѣ: первыя порціи, попадая въ сосудъ, быстро испаряются и этимъ такъ остужаютъ его, что послѣдующія количества могутъ быть сохранены. Жидкій воздухъ испаряется сравнительно медленно: 12 литровъ его требуютъ для испаренія изъ открытаго сосуда отъ 8 до 10 часовъ при обыкновенной температурѣ. Въ него можно безнаказанно опускать руку: тонкій слой газообразнаго воздуха предохраняетъ ее отъ прикосновенія съ жидкостью. Но если это соприкосновеніе произойдетъ, получится сильный обжогъ. Пиктэ, много работавшій съ жидкими газами, получилъ разъ подобный обжогъ, который зажилъ лишь черезъ 6 мѣсяцевъ; такой же обжогъ отъ огня зажилъ-бы черезъ 10—12 дней. Каучукъ, жесть, остуженные въ жидкомъ воздухѣ, дѣлаются ломкими, какъ стекло. Достаточно погрузить пробирку съ нимъ въ стаканъ со спиртомъ, чтобы спиртъ замерзъ; струя углекислоты, направленная на поверхность жидкаго воздуха, мгновенно превращается въ бѣлую, снѣгообразную массу; уголь, сгорая въ жидкомъ воздухѣ, окружается слоемъ твердой углекислоты, но продолжаетъ горѣть.

Если медленно испарять жидкій воздухъ, то сначала будетъ улетучиваться нижекипящій азотъ (т. кип. —194°), потомъ аргонъ (т. к. —187°), и воздухъ будетъ становиться все богаче кислородомъ (т. к. —182°). Этотъ опытъ легко продѣлать такъ: въ бутылку, наполненную водою до средины горлышка, наливаютъ немного жидкаго воздуха. Сперва онъ плаваетъ на поверхности, не смѣшиваясь съ водою; мало по малу азотъ улетучивается, и воздухъ падаетъ на дно бутылки. Зависитъ это отъ разницы удѣльныхъ вѣсовъ жидкихъ азота и кислорода: уд. вѣсъ перваго 0,885, а второго—1,124. Такимъ испареніемъ можно доводить содержаніе кислорода до 75% (первоначально въ воздухѣ его 20%); такою смѣсью вѣроятно можно замѣнить чистый кислородъ во многихъ техническихъ производствахъ. Такъ какъ кислородъ обладаетъ магнитными свойствами, то эта смѣсь въ свободно подвѣшенномъ сосудѣ притягивается магнитомъ, какъ желѣзо. Такой жидкій воздухъ, съ содержаніемъ 40—50% кислорода, употребляется еще и для приготовленія взрывчатаго вещества: для этого его смѣшиваютъ съ древеснымъ углемъ и хлопчатой бумагой. Готовить его надо непосредственно передъ употребленіемъ, такъ какъ оно не сохраняется дольше 10 минутъ; имъ предлагаютъ замѣнить динамитъ въ рудникахъ.

Столь легкое полученіе жидкаго воздуха сдѣлало возможнымъ и болѣе обстоятельное изученіе состава нашей атмосферы. Криптонъ, какъ извѣстно, полученъ испареніемъ жидкаго воздуха; да и неонъ и метаргонъ открыты тоже благодаря жидкому воздуху, при помощи котораго было произведено сжиженіе аргона [1]).

Обратимся теперь къ замѣчательнымъ работамъ Дьюара, привед-

---

[1]) См. „Вѣстн. Оп. Ф. и Э. М.“ № 266.

шимъ къ сжиженію послѣднихъ постоянныхъ газовъ—фтора, водорода и гелія. И эти сжиженія удалось произвести лишь благодаря неограниченнымъ количествамъ жидкаго воздуха, которыя были въ распоряженіи этого химика. Чтобы понять всю трудность сжиженія *фтора* необходимо сказать два слова о свойствахъ этого элемента.

Соединенія фтора — плавиковый шпатъ, плавиковая кислота—извѣстны уже давно; но самъ фторъ полученъ сравнительно очень недавно, въ 1886 году, французскимъ химикомъ Муассаномъ, извѣстнымъ главнымъ образомъ по открытію хорошаго способа приготовленія углеродистаго кальція для добыванія ацетилена и по приготовленію искусственныхъ алмазовъ. Можно безъ преувеличенія сказать, что фторъ — самый активный изъ всѣхъ химическихъ элементовъ. Онъ соединяется почти со всѣмъ, иногда со взрывомъ; стекло моментально разлагается имъ; уголь, нефть, скипидаръ самовоспламеняются, будучи погружены въ него; вода мгновенно разлагается. Фторъ только и можно собирать въ сосудахъ изъ плавиковаго шпата или—при обыкновенной температурѣ—въ платиновыхъ сосудахъ. Какъ видно, свойства дѣлаютъ его весьма неудобнымъ для изученія. Къ тому-же надо прибавить, что и самое полученіе его принадлежитъ къ числу трудныхъ операцій и требуетъ особыхъ приспособленій.

Сжиженіе фтора было произведено совмѣстно съ Муассаномъ [1]) въ стеклянномъ приборѣ, такъ какъ при температурѣ кипѣнія воздуха фторъ уже не дѣйствуетъ на стекло. Онъ легко обращается въ жидкость, кипящую около—188°. При этой температурѣ химическая энергія фтора является уже сильно уменьшенной; но все таки водородъ воспламеняется (при обыкн. темп.—взрывъ) въ немъ, такъ же какъ и замороженный и остуженный до—191° скипидаръ; но ледъ уже не реагируетъ съ жидкимъ фторомъ. Удѣльный вѣсъ его 1,14.

Но несомнѣнно наибольшій интересъ представляетъ самая послѣдняя работа Дьюара—полученіе большихъ количествъ жидкаго водорода. Интересъ къ жидкому водороду былъ возбужденъ уже давно; металлическія свойства водорода, проявляющіяся въ его соединеніяхъ, заставляли предполагать, что водородъ въ жидкомъ видѣ будетъ похожъ на металлъ. И предположеніе это какъ будто подтвердилось въ 1879 году, когда Пиктэ пробовалъ получить жидкій водородъ. Сильно охлажденный, находившійся подъ большимъ давленіемъ водородъ былъ расширенъ до атмосфернаго давленія; капли, падавшія на полъ его лабораторіи, издавали металлическій звукъ. Но позднѣйшія изслѣдованія показали, что въ опытахъ Пиктэ температура не была ниже—120°, и онъ не могъ имѣть жидкаго водорода. Затѣмъ нельзя не упомянуть о работахъ Вроблевскаго. Этотъ ученый не могъ получить жидкаго водорода; послѣдній былъ у него въ видѣ тумана; до самой своей смерти (1888 г.) онъ не переставалъ заниматься этимъ вопросомъ. Ольшевскій (съ 1891 г.) продолжалъ эти изслѣдованія; въ 1895 году онъ опредѣлилъ опытнымъ путемъ температуры критическую (—234°) и кипѣнія (—243,5°) водорода, довольно близкія къ вычисленнымъ Вроблев-

[1]) Moissan and Dewar, Proceedings of the Chemical Society, 1897, стр. 175.

скимъ (240^0 и—250^0). Сжиженіе водорода производилось имъ въ стальномъ сосудѣ ёмкостью въ 20—30 куб. сант. Надо отмѣтить, что при этомъ предполагалось существованіе жидкости, но наблюдатель не могъ видѣть, была ли она у него. Таковы главныя стадіи въ исторіи сжиженія водорода [1]).

Первые опыты Дьюара относятся къ 1896 году. Тутъ, описаннымъ далѣе путемъ, у него получалась въ пріемникѣ жидкость; но, крайне летучая, она не сохранялась достаточно долго, чтобы ближе ознакомиться съ ней. Какъ говоритъ въ этой статьѣ Дьюаръ [2]) „водородъ, охлажденный до—194^0 кипящимъ воздухомъ, все еще находится при температурѣ, въ $2^1/_2$ раза выше критической, и сжиженіе его при этой температурѣ можно сравнить съ сжиженіемъ воздуха, нагрѣтаго до$+60^0$; другими словами, труднѣе сгустить въ жидкость водородъ при т. кип. воздуха, чѣмъ получить жидкій воздухъ при обыкновенныхъ условіяхъ температуры“.

Въ послѣднихъ опытахъ Дьюара [3]) — первый изъ нихъ произведенъ 10-го, второй 12-го мая сего года — водородъ подъ давленіемъ 180 атмосферъ, послѣдовательно охлажденный твердою углекислотою и жидкимъ воздухомъ, кипящимъ въ пустотѣ при —200^0, расширялся въ пріемникѣ до незначительнаго давленія. Конечно были приняты всѣ возможныя предосторожности, чтобы температура сосуда, гдѣ производилось расширеніе, не подвималась выше—200^0. Такимъ образомъ было получено въ первомъ опытѣ 20, во второмъ 50 куб. сант. жидкаго водорода. Сжиженный водородъ представляется безцвѣтной, прозрачной жидкостью, съ хорошо виднымъ мепискомъ и съ большимъ повидимому показателемъ преломленія. Температура кипѣнія его вѣроятно выше, чѣмъ данная Ольшевскимъ а именно лежитъ около — 238^0. При кипѣніи въ пустотѣ температура понизится вѣроятно еще градусовъ на 15, такъ что въ настоящее время — 250^0—самая низкая температура, которой можно достичь.

Удѣльный вѣсъ жидкаго водорода былъ опредѣленъ испареніемъ 10 куб. сант. и опредѣленіемъ объема и вѣса газообразнаго водорода. Изъ приведеннаго количества получилось 8,15 литровъ водорода при $+14^0$ и 753 мм. давленія, т. е. удѣльный вѣсъ жидкаго водорода около 0,07 или $^1/_{14}$ уд. вѣса воды. До сихъ поръ легчайшей жидкостью считался сжиженный болотный газъ (уд. в. 0,417), но, какъ видимъ, жидкій водородъ въ 6 разъ легче. Какъ извѣстно, металлъ палладій обладаетъ свойствомъ поглощать весьма большія количества газообразнаго водорода, съ образованіемъ какъ-бы сплава водорода и палладія. Плотность поглощеннаго такимъ образомъ водорода доходитъ до 0,62, т. е. въ 8 разъ больше плотности жидкаго водорода. Твердаго водорода еще пока не получено.

Если смочить вату жидкимъ водородомъ и зажечь, то она горитъ

---

[1]) Исторія этого вопроса изложена въ статьѣ Дьюара, Proceedings of the Chemical Society, 1896, № 158.

[2]) Dewar, Proceedings of the Royal Instit., 1896.

[3]) Dewar, Transactions of the Chemical Society, іюнь 1898 г., стр. 528.

большимъ безцвѣтнымъ пламенемъ. Помѣщенная между полюсами электромагнита пропитанная жидкимъ водородомъ вата показываетъ магнитныя свойства; но происходитъ это отъ того, что вата окружается слоемъ твердаго воздуха, обладающимъ магнитными свойствами [1]). Необычайно низкая температура жидкаго водорода хорошо иллюстрируется слѣдующими опытами. Опущенная въ него пробирка наполняется почти тотчасъ-же *твердымъ* воздухомъ; жидкій кислородъ застываетъ въ вещество синяго цвѣта. Образчикъ гелія, выдѣленнаго изъ Батскихъ источниковъ, обратился, помѣщенный въ стеклянномъ шарикѣ въ жидкій водородъ, въ жидкость. Такъ какъ гелій не могъ быть сжиженъ въ кипящемъ въ пустотѣ воздухѣ (—210°), то надо думать, что темп. кипѣнія гелія лежитъ около — 230°.

Фарадей сгустилъ хлоръ въ 1823 году. 60 лѣтъ спустя Вроблевскій и Ольшевскій получили жидкій воздухъ; еще черезъ 15 лѣтъ сгущены послѣдніе постоянные газы, водородъ и гелій. Переходъ отъ жидкаго воздуха къ жидкому водороду такъ же значителенъ, какъ отъ жидкаго хлора къ жидкому воздуху: то, что потребовало прежде 60 лѣтъ, требуетъ нынѣ лишь 15—наглядное доказательство научнаго прогресса новѣйшаго времени.

Въ заключеніе приведены температуры критическія (кр. т.) и кипѣнія (т. к.) и удѣльные вѣса (у. в.) при т. кип. упомянутыхъ въ этой статьѣ жидкихъ газовъ. Всѣ они безцвѣтны, кромѣ жидкаго кислорода—синеватаго цвѣта и жидкихъ фтора и хлора—желтаго цвѣта.

Газъ	кр. т.	Т. к.	у. в.	Газъ	кр. т.	Т. к.	у. в.
Сѣрнистый газъ	+155°	—10°		Аргонъ	ок.—120°	—187°	1,5
Хлоръ	ок.+120°	—34°	1,3	Фторъ	ок.—120°	—185°	1,14
Углекислота	+32°	—80°	0,83(0°)	Воздухъ	—139°	—191°	0,930
Этиленъ	+13°	—105°	0,585	Азотъ	—140°	—194°	0,885
Болотный газъ	—	—164°	0,417	Гелій	—	ок. —230°	—
Кислородъ	—120°	—182°	1,114	Водородъ	—234°	ок.—238°	0,07

О МНИМЫХЪ ВЕЛИЧИНАХЪ.

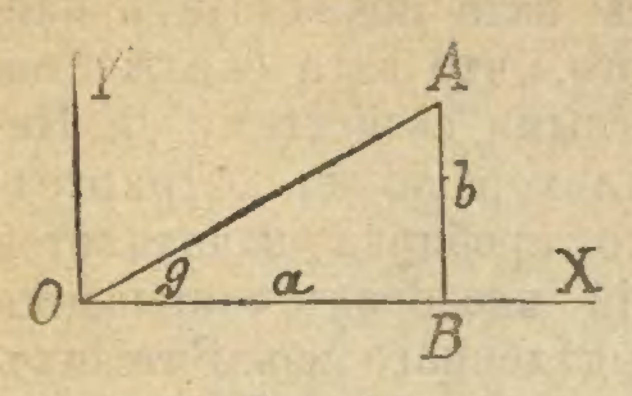
Существуетъ два общепринятыхъ выраженія комплексныхъ количествъ; одно алгебраическое въ видѣ: $a+bi$, другое тригонометрическое вида:

$$\varrho(\cos\Theta + i\sin\Theta).$$

При обозначеніи векторовъ комплексными количествами a и b въ пер-

[1]) Dewar. Annales de Chimie et de Physique, (7) 16, 153 (Іюнь 1898 г.).

вомъ выраженіи считаются ординатами нѣкоторой точки A (чертежъ 1), или-же проэкціями силы OA. Во второмъ выраженіи ϱ есть векторъ точки A или же абсолютная величина силы OA. Уголъ Θ есть уголъ наклона вектора или силы къ оси Х$^{\text{овъ}}$. Каждое изъ этихъ выраженій имѣетъ свои достоинства. Достоинство перваго выраженія то, что рѣшеніе вопросовъ съ помощью его требуетъ только алгебраическихъ пріемовъ, тогда какъ рѣшеніе вопросовъ помощью второго выраженія требуетъ непремѣнно примѣненія теоремъ тригонометрическихъ. Несомнѣнно, что чисто алгебраическія рѣшенія имѣютъ болѣе простой характеръ, чѣмъ геометрическія или тригонометрическія. Однако есть много случаевъ, когда по даннымъ вопроса мы вынуждены прибѣгать ко второму выраженію, напр., когда намъ дана абсолютная величина и направленіе силъ.



Фиг. 1.

Можно избѣгнуть неудобствъ второго выраженія, если мы $\varrho(\cos\Theta + i\sin\Theta)$ приравняемъ FQ, гдѣ F есть тоже самое, что ϱ, а Q—мнимый множитель, равный $\cos\Theta + i\sin\Theta$, но выраженный алгебраически, при чемъ очевидно квадратъ его модуля $= 1$*). При этомъ F характеризуетъ абсолютную величину вектора, а Q характеризуетъ уголъ Θ. Конечно, удобства такого выраженія могутъ выясниться только на практическихъ примѣрахъ. Прежде чѣмъ перейти къ систематическому изложенію вопроса я разберу одинъ частный примѣръ, не имѣющій особаго значенія, но изъ котораго выясняется, какъ можно пользоваться вышеуказанными двумя условіями: 1) что Q есть мнимое количество и 2) что модуль его $= 1$. Положимъ намъ даны три силы F, F_{I}, F_{II}, находящіяся въ равновѣсіи и подчиненныя условію, что уголъ между F и F_{I} равенъ углу между F_{I} и F_{II}; требуется найти соотношеніе между силами F, F_{I}, F_{II}. Выберемъ оси координатъ такъ, чтобы F совпадало съ осью Х$^{\text{овъ}}$. Тогда величина и направленіе данныхъ силъ выразятся: F, $F_{I}(\cos\Theta + i\sin\Theta)$; $F_{II}(\cos 2\Theta + i\sin 2\Theta) = F_{II}(\cos\Theta + i\sin\Theta)^2$, или

$$F,\ F_{I}Q \text{ и } F_{II}Q^2.$$

По условію $F_{II}Q^2 + F_{I}Q + F = O$, откуда

$$Q = \frac{-F_{I} \pm \sqrt{F_{I}^2 - 4FF_{II}}}{2F_{II}} = \frac{-F_{I}}{2F_{II}} \pm \frac{i\sqrt{4FF_{II} - F_{I}^2}}{2F_{II}}.$$

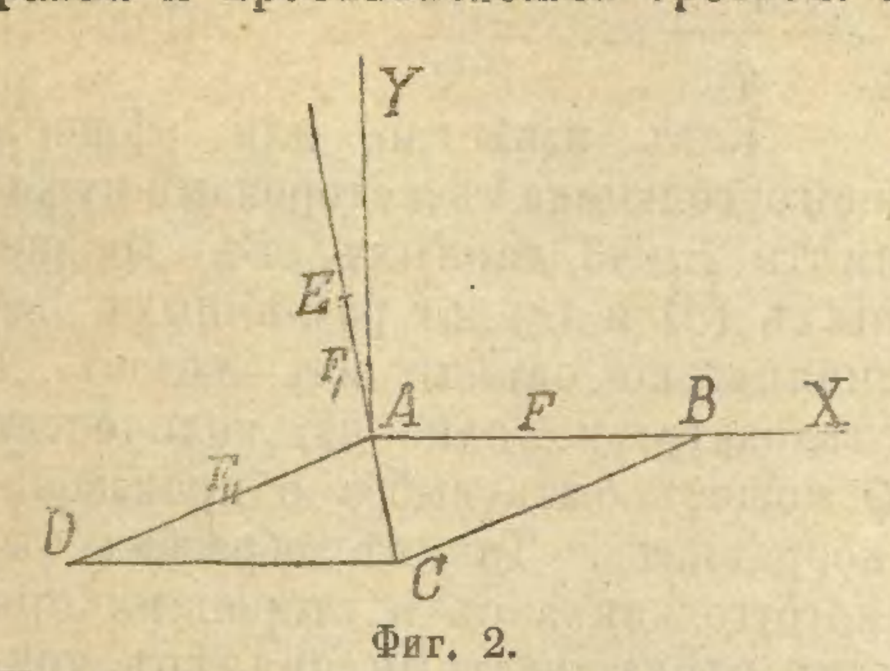
Для того, чтобы Q выразилось комплекснымъ количествомъ необходимо, чтобы

$$4FF_{II} > F_{I}^2.$$

Такъ какъ $(F - F_{I})^2 > O$, то по сложеніи этихъ неравенствъ найдемъ $F + F_{II} > F_{I}$. Вотъ первое условіе возможности задачи.

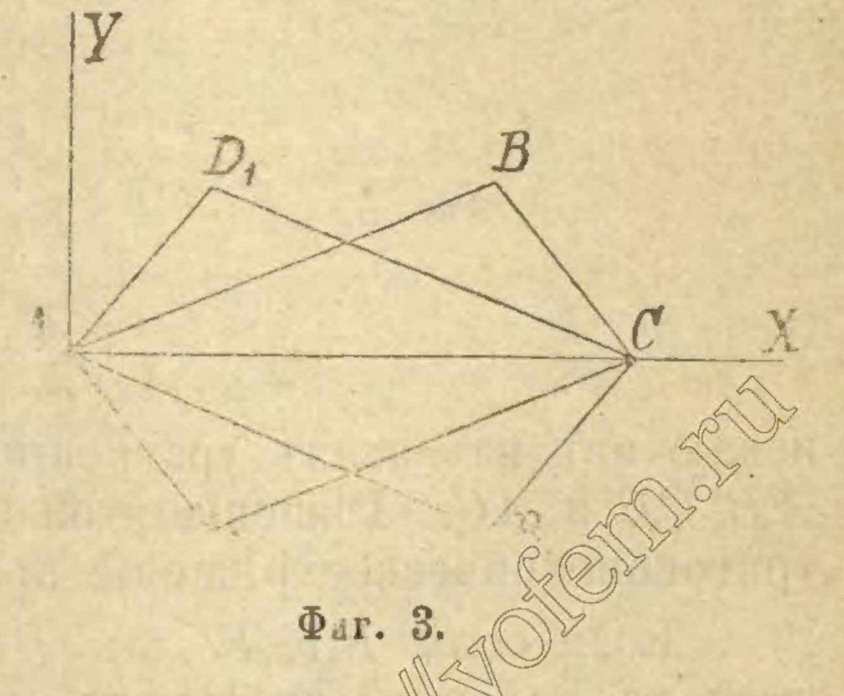
*) Итакъ Q подчиняется двумъ условіямъ: 1) это есть комплексное количество 2) модуль этого комплекснаго количества равенъ 1.

Такъ какъ квадратъ модуля равенъ $\frac{F}{F_{II}}$ и долженъ быть равенъ единицѣ по второму условію, то слѣдовательно $F = F_{II}$. Не трудно видѣть, что эти условія необходимы и достаточны. Для равновѣсія силъ необходимо и достаточно, чтобы равнодѣйствующая двухъ изъ нихъ была равна и противоположна третьей. Изъ треугольника ABC (чертежъ 2) видимъ, что сумма двухъ сторонъ $AB + CB$ или $F + F_{II}$ больше AC или или F_1. Изъ равенства же угловъ EAB и EAD слѣдуетъ равенство угловъ DAC и BAC, а, слѣдовательно, равенство линій AB и BC. Перейдемъ теперь къ болѣе систематическому изслѣдованію вопроса о сложеніи векторовъ, исходящихъ изъ одной точки и параллельныхъ. Начнемъ съ простѣйшаго случая.



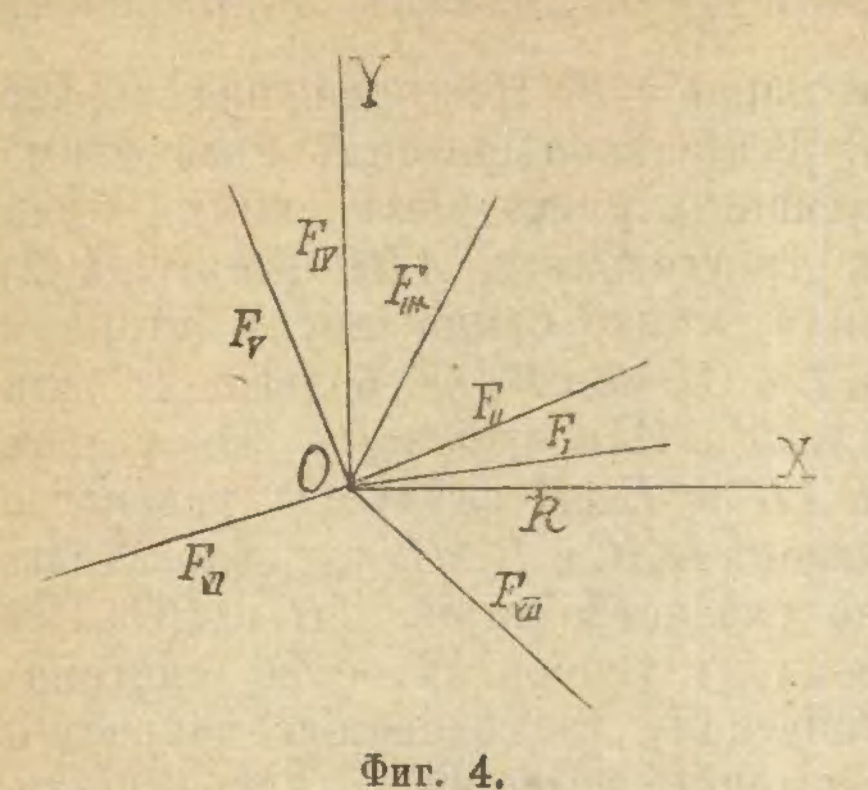
Фиг. 2.

Требуется найти равнодѣйствующую двухъ силъ Fq и F_1q_1. Мы знаемъ, что геометрическое сложеніе векторовъ соотвѣтствуетъ нахожденію алгебраической суммы ихъ комплексныхъ значеній; слѣдовательно: $Fq + F_1q_1 = RQ$. Если мы выберемъ оси координатъ такъ, чтобы ось $X^{\text{овъ}}$ совпадала съ F, то получимъ $Fq + F_1q_1 = R$. Какъ извѣстно, задача о сложеніи силъ приводится къ рѣшенію треугольника, въ которомъ должны быть три данныхъ; въ наше-же уравненіе входять 5 величинъ. Слѣдовательно необходимо еще одно уравненіе. Это уравненіе мы получимъ на основаніи такихъ соображеній: повернемъ параллелограммъ $ABCD$ (чертежъ 3) вокругъ оси AC на 180^0, тогда получимъ новый параллелограммъ AB_1CD_1. Если линія AB выражалась черезъ $\varrho(\cos\theta + i\sin\theta)$, то линія AB_1 выразится черезъ $\varrho\left(\cos(-\theta) + i\sin(-\theta)\right) = \varrho(\cos\theta - i\sin\theta) = \frac{\varrho}{\cos\theta + i\sin\theta}$, т. е. если линія $AB = Fq$ то $AB = \frac{F}{q}$ также линія $AD_1 = \frac{F_1}{q_1}$ и, слѣдовательно, можно написать уравненіе $\frac{F}{q} + \frac{F_1}{q_1} = R$. Вотъ два уравненія, которыя по тремъ данымъ сполна рѣшаютъ вопросъ о сложеніи двухъ силъ или, все равно, вопросъ о рѣшеніи треугольника. Изслѣдованіе этихъ уравненій, приводящее къ изслѣдованію квадратнаго уравненія, даетъ такіе-же результаты, какъ и геометрическое изслѣдованіе. Теперь не трудно перейти къ сложенію какого угодно числа векторовъ или къ рѣшенію



Фиг. 3.

многоугольника съ n сторонами. Вообразимъ n силъ (чертежъ 4) $F, F_1, \ldots F_n$, тогда



Фиг. 4.

$$Fq + F_1 q_1 + F_{11} q_{11} + \ldots = RQ \ldots (a).$$

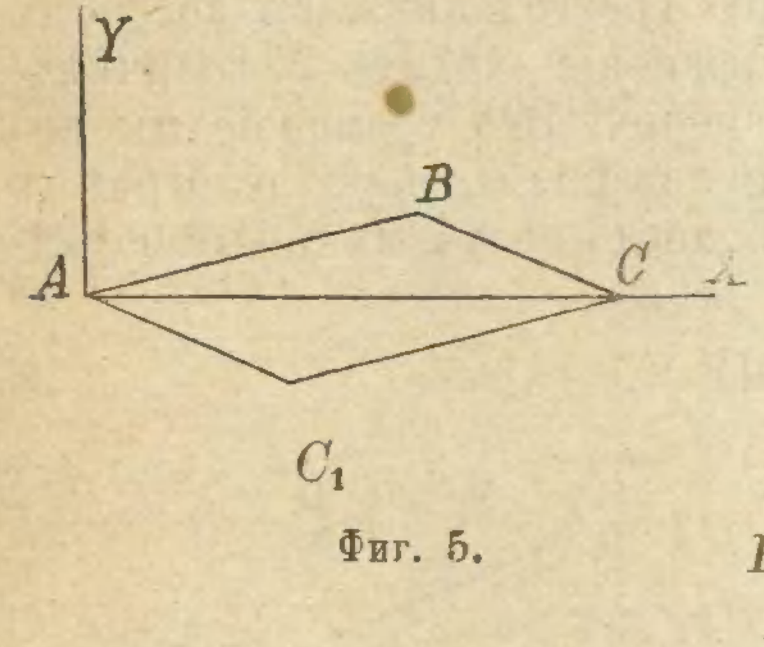
Если мы повернемъ весь чертежъ вокругъ оси X-овъ на 180^0, то

$$\frac{F}{q} + \frac{F_1}{q_1} + \ldots = \frac{R}{Q} \qquad (b).$$

Какъ извѣстно, для рѣшенія многоугольника съ n сторонами нужно имѣть $2n-3$ данныхъ. Въ уравненіяхъ (a) и (b) $2n$ различныхъ величинъ, но одинъ изъ угловъ, а слѣдовательно одно изъ количествъ Q можетъ быть выбрано произвольно въ зависимости отъ выбора осей координатъ. Такимъ образомъ эти уравненія даютъ общее рѣшеніе многоугольника съ n сторонами при $n-3$ данныхъ сторонъ и угловъ. Укажу одинъ частный примѣръ приложенія выведенныхъ формулъ. Требуется найти соотношеніе между сторонами треугольника, у котораго 2 угла относятся какъ цѣлыя числа $m: n$; пріймемъ основаніе треугольника за ось X-овъ, тогда (чертежъ 5)

$$FQ + F_1 Q_1 = R$$

$$\frac{F}{Q} + \frac{F_1}{Q_1} = R.$$



Фиг. 5.

Назовемъ черезъ α общую мѣру угловъ BAC и CAC_1; въ такомъ случаѣ $BAC = m\alpha$ и $CAC_1 = n\alpha$. Если $\cos\alpha + i\sin\alpha = q$, то $\cos BAC + i\sin CAC_1 = Q = q^m$ и $Q = \frac{1}{q^n}$, слѣдовательно

$$Fq^m + \frac{F_1}{q^n} = R,$$

$$\frac{F}{q^m} + F_1 q^n = R;$$

исключивъ изъ этихъ уравненій q, найдемъ искомую зависимость между AB, CB и AC. Рѣшеніе этой задачи геометрически едва ли возможно, тригонометрическое рѣшеніе представило-бы большія затрудненія.

Если силы $F, F_1, F_{11} \ldots\ldots$ приложены къ одной точкѣ, но не лежатъ въ одной плоскости, то можно воспользоваться теоремой: сумма проэкцій составляющихъ равна проэкціи ихъ равнодѣйствующей. Выберемъ двѣ взаимно перпендикулярныхъ плоскости, тогда для горизонтальныхъ проэкцій данныхъ силъ имѣемъ уравненіе:

$$fq + f_1 q_1 + \ldots\ldots + f_n q_n = RQ$$

и

$$\frac{f}{q} + \frac{f_1}{q_1} + \ldots\ldots + \frac{f_n}{q_n} = \frac{R}{Q}.$$

Изъ этихъ уравненій найдемъ величину и направленіе горизон-

тальной проэкціи равнодѣйствующей Такимъ-же путемъ отыщемъ и вертикальную проэкцію.

Для рѣшенія вопроса о сложеніи параллельныхъ силъ или векторовъ воспользуемся теоремой о моментахъ. Такъ какъ при сложеніи параллельныхъ силъ, при отысканіи величины точки приложенія равнодѣйствующей, направленіе составляющихъ не имѣетъ значенія, то воспользуемся только абсолютной величиной составляющихъ, приложивъ теорію векторовъ къ точкамъ приложенія силъ. Пусть имѣемъ n силъ $F, F_1 \ldots . F_n$ и координаты точекъ ихъ приложенія $(a, b), (a_1, b_1), \ldots . (a_n, b_n)$.

На основаніи теоремы моментовъ напишемъ:

$$Fa + F_1 a_1 + \ldots . F_n a_n = RA.$$

$$Fb + F_1 b_1 + \ldots . F_n b_n = RB.$$

Умножая всѣ члены второго уравненія на i, складывая и вычитая, имѣемъ:

$$F(a + bi) + F_1 (a_1 + b_1 i) + \ldots . = R(A + Bi),$$

$$F(a - bi) + F_1 (a_1 - b_1 i) + \ldots . = R(A - Bi),$$

или

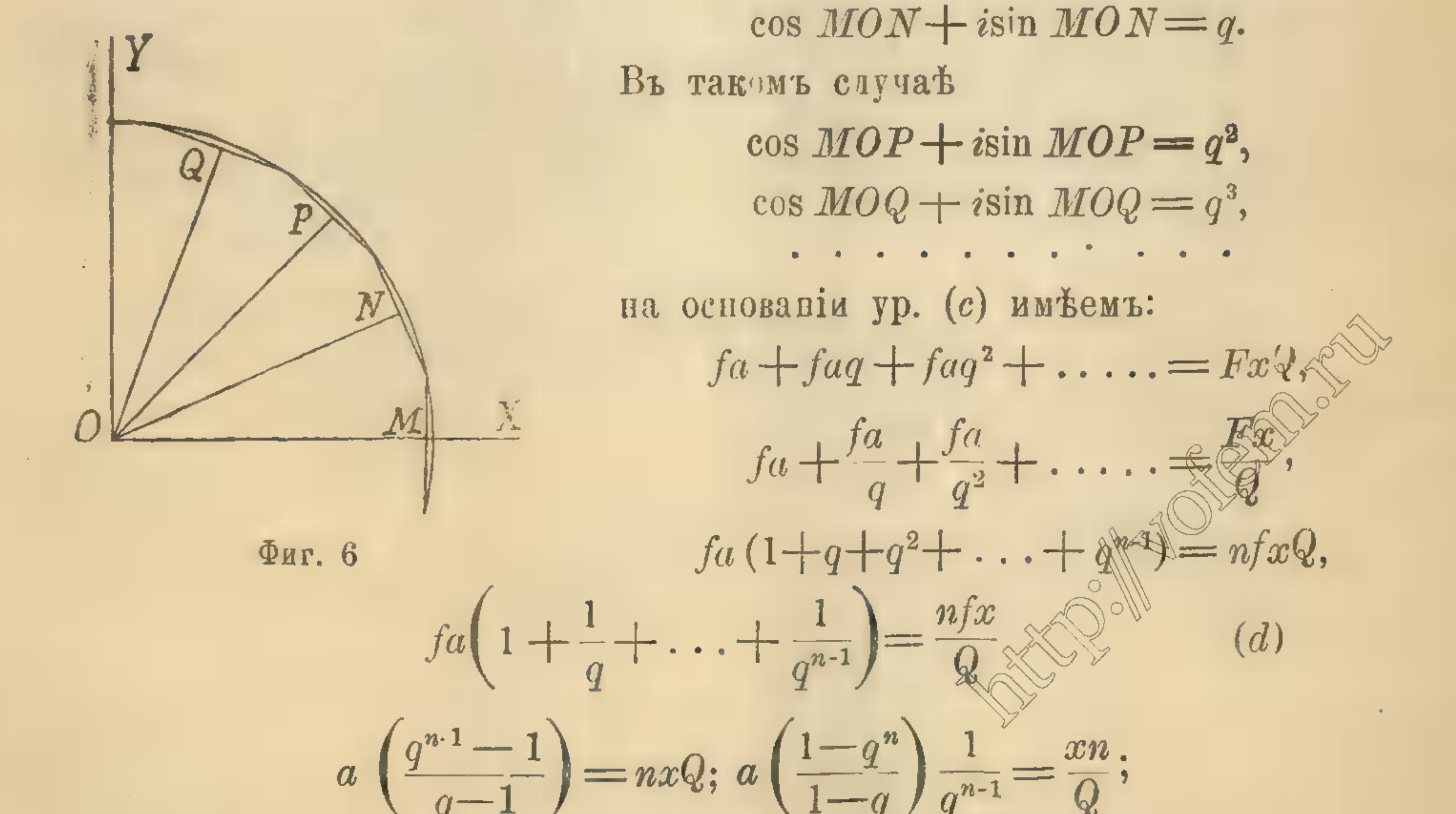
$$Fmq + F_1 m_1 q_1 + \ldots = RMQ$$

и

$$\frac{Fm}{q} + \frac{F_1 m_1}{q_1} + \ldots . = \frac{RM}{Q} \qquad (c).$$

Эти уравненія рѣшаютъ въ общемъ видѣ вопросъ о сложеніи параллельныхъ векторовъ. Приложимъ эти уравненія къ нахожденію центра тяжести дуги круга. Предварительно разсмотримъ центръ тяжести правильной ломанной линіи $ABCDE\ldots$, вписанной въ данную дугу. За начало координатъ возьмемъ центръ круга, а за ось $X^{\text{овъ}}$ прямую, проходящую черезъ центръ тяжести линіи AB (чертежъ 6). Положимъ

$$\cos MON + i \sin MON = q.$$



Фиг. 6

Въ такомъ случаѣ

$$\cos MOP + i \sin MOP = q^2,$$

$$\cos MOQ + i \sin MOQ = q^3,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

на основаніи ур. (c) имѣемъ:

$$fa + faq + faq^2 + \ldots . = FxQ,$$

$$fa + \frac{fa}{q} + \frac{fa}{q^2} + \ldots . = \frac{Fx}{Q},$$

$$fa(1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1}) = nfxQ,$$

$$fa\left(1 + \frac{1}{q} + \ldots + \frac{1}{q^{n-1}}\right) = \frac{nfx}{Q} \qquad (d)$$

$$a\left(\frac{q^{n-1} - 1}{q - 1}\right) = nxQ;\ a\left(\frac{1 - q^n}{1 - q}\right)\frac{1}{q^{n-1}} = \frac{xn}{Q};$$

раздѣливъ почленно послѣднее ур. найдемъ: $Q = q^{\frac{n-1}{2}}$ при увеличеніи n

до безконечности предѣлъ $q^{\frac{n-1}{2}} =$ пр $q^{\frac{n}{2}}$; отсюда не трудно вывести, что векторъ, на которомъ лежитъ искомый центръ тяжести, дѣлитъ дугу пополамъ. Перемноживъ ур. (d), сокращая и извлекая корень, найдемъ

$$x = a\frac{q^n - 1}{q^{\frac{n-1}{2}}} \cdot \frac{1}{n(q-1)} = a\left(q^{\frac{n+1}{2}} - \frac{1}{q^{n-1}}\right)\frac{1}{n(q-1)};$$

$$\lim\left(q^{\frac{n+1}{2}} - \frac{1}{q^{\frac{n-1}{2}}}\right)_{n=\infty} = \lim\left(\cos\frac{n\alpha}{2} + i\sin\frac{n\alpha}{2} - \cos\frac{n\alpha}{2} + i\sin\frac{n\alpha}{2}\right) =$$

$$= 2\,i\sin\frac{\Theta}{2}.$$

$$\mathrm{Lim}\frac{1}{n(q-1)_{n=\infty}} = \lim\frac{1}{n(\cos\alpha + i\sin\alpha - 1)_{n=\infty}} =$$

$$\frac{1}{\lim\left[n(\cos\alpha - 1) + in\sin\alpha\right]^*} = \frac{1}{\lim in\sin\frac{\Theta}{n}} =$$

$$\frac{1}{\lim \Theta i\left(\sin\frac{\Theta}{n} : \frac{\Theta}{n}\right)} = \frac{1}{i\Theta}$$

слѣдовательно $\lim x = \dfrac{2a\sin\frac{\Theta}{2}}{\Theta} = \dfrac{aEA}{\smile EA}.$

Этотъ-же методъ можно приложить къ изслѣдованію уравненій. Напр. пусть дано, что точка A прошла по нѣкоторой линіи путь a, послѣ увеличенія этого пути въ нѣсколько разъ она прошла въ обратномъ направленіи путь b; послѣ этого разстояніе ея отъ начальнаго положенія увеличено въ то же какъ и раньше число разъ и вновь она прошла тотъ-же путь b въ такомъ-же направленіи, какъ и ранѣе пройденный путь b; вновь разстояніе ея отъ начальной точки увеличено въ прежнее число разъ и пройденъ путь b въ прежнемъ направленіи, и т. д. Послѣ того какъ указанный процессъ повторенъ n разъ, точка оказалась на разстояніи a отъ первоначальнаго положенія. Требуется опредѣлить неизвѣстный множитель.

Имѣемъ:

$$\left(\left[(aq - b)\,q - b\right]q - b\right)q - \ldots\ldots b = a$$

раскрывая скобки, получимъ:

$$aq^n - bq^{n-1} - bq^{n-2}\ldots\ldots - b = a$$

$$a(q^n - 1) - b\frac{(q^n - 1)}{q - 1} = 0,$$

$$(q^n - 1)\left(a - \frac{b}{q-1}\right) = 0 \qquad (b)$$

$$a - \frac{b}{q-1} = 0 \text{ и } q^n - 1 = 0.$$

*) $\mathrm{Cos}\alpha - 1$ есть безконечно малая второго порядка.

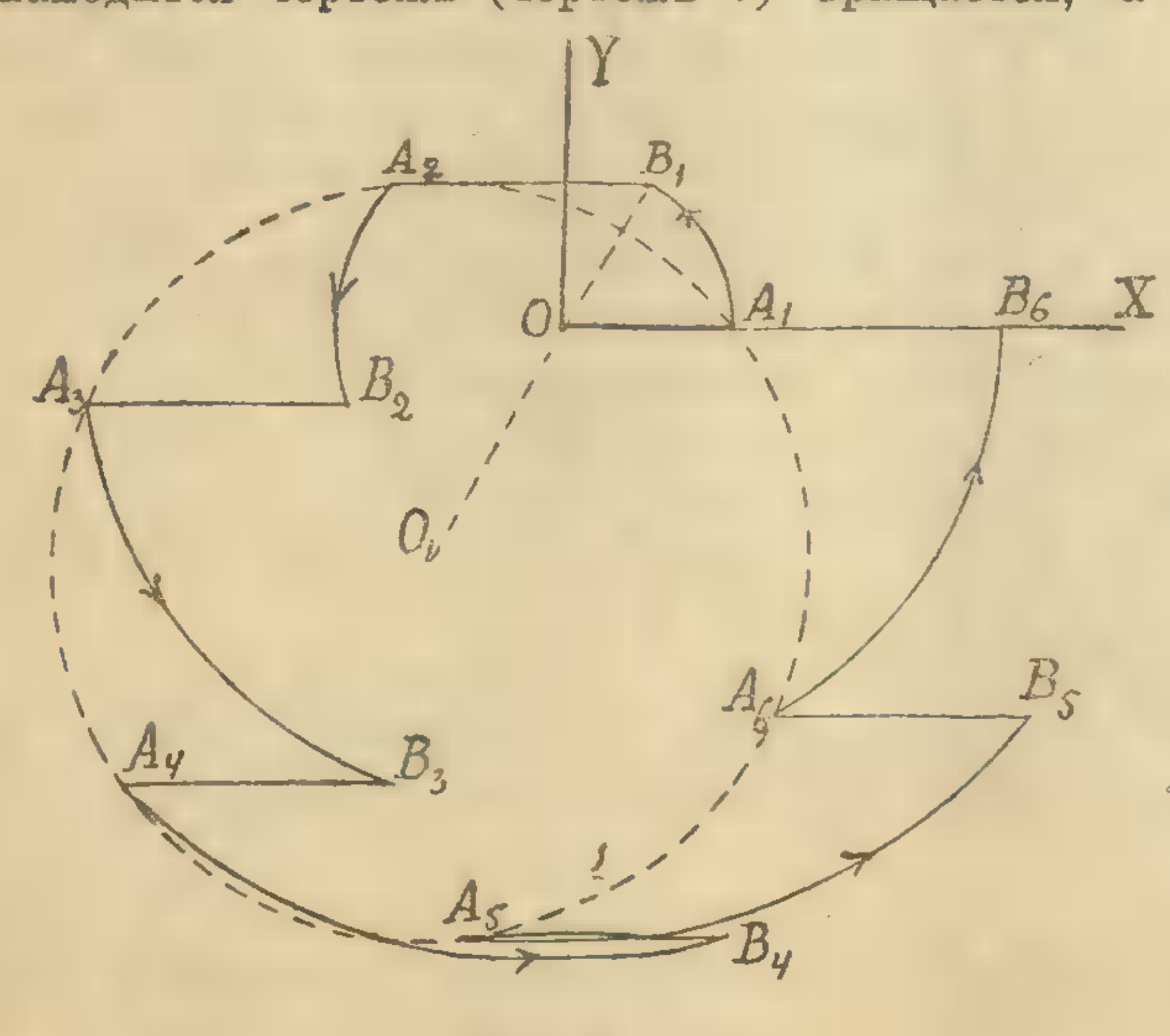
Первое уравненіе даетъ $q=\frac{a+b}{a}$. Это дѣйствительное рѣшеніе особаго интереса для изслѣдованія не представляетъ; кромѣ него имѣемъ еще n корней:

$$q_1=1,\ q_2=\cos\frac{2\pi}{n}+i\sin\frac{2\pi}{n},$$

$$q_3=\cos\frac{2\pi}{n}+i\sin\frac{4\pi}{n}\ldots\ldots$$

корень единица уравненію (b) не удовлетворяетъ, ибо при $q=1$ второй множитель обращается въ ∞, остальные корни уравненію удовлетворяютъ.

Такъ какъ по принятымъ условіямъ умножить векторъ на $\cos\alpha+$ $+i\sin\alpha$ значитъ повернуть его на уголъ α, то, слѣдовательно, эти рѣшенія указываютъ на то, что если точка прошла путь a послѣ чего линія движенія, и слѣдовательно и точка A повернулась на уголъ $\alpha=$ $=2\frac{\pi}{n}$, затѣмъ точка A въ направленіи, обратномъ первоначальному поступательному движенію, прошла путь b и опять повернулась на уголъ α и вновь въ обратномъ направленіи прошла путь b, то послѣ n процессовъ независимо отъ величины скоростей поступательной и вращательной она окажется въ первоначальномъ положеніи. При $n=\infty$ мы можемъ представить это такъ: нѣкоторая плоскость вращается около центра O, на ней, на разстояніи a отъ центра вращенія, находится точка A_1, движущаяся постоянно въ одномъ и томъ-же направленіи, именно параллельномъ A_1O, тогда послѣ полнаго поворота плоскости точка окажется въ первоначальномъ положеніи. Такъ какъ парадоксально, чтобы точка, движущаяся поступательно постоянно въ одномъ и томъже направленіи оказалась въ первоначальномъ положеніи, то я разсмотрю подробно частный случай при $n=6$. Пусть плоскость, на которой находится чертежъ (чертежъ 7) вращается, а съ ней и точка A поворачивается вокругъ центра O на уголъ α $=60^0$. При этомъ точка A_1 достигаетъ положенія B_1 Послѣ того движеніе плоскости прекращается и точка A двигаясь изъ положенія B поступательно проходитъ произвольный путь b въ направленіи параллельномъ A_1O, достигая положенія A_2, послѣ этого плоскость вновь поворачивается на уголъ $\alpha=60^0$, при этомъ точка A_2 приходитъ въ положеніе B_2, отсюда,



Фиг. 7.

проходя поступательно въ прежнемъ направленіи путь b, вращается опять съ плоскостью и т. д. Какъ видно изъ чертежа, послѣ 6 оборотовъ точка A придетъ въ свое первоначальное положеніе A_1. Указанный на чертежѣ путь совершилъ-бы человѣкъ, двигающійся шагами по вращающейся плоскости, если-бы онъ двигался въ какомъ либо постоянномъ направленіи, напр. къ западу и при томъ сдѣлалъ-бы 6 шаговъ во время полнаго оборота плоскости. Допустимъ что его лѣвая нога вначалѣ движенія находилась въ точкѣ A_1, пока онъ занесетъ правую ногу, оборачиваясь лицомъ къ западу, его лѣвая нога, вслѣдствіе поворота плоскости въ моментъ прикосновенія правой ноги къ плоскости, будетъ уже въ B_1 и потому правая нога коснется плоскости въ точкѣ A_2 и т. д. Эти разсужденія, очевидно, останутся справедливы при всякомъ цѣломъ n.*) При увеличеніи n до безконечности форма пути приближается къ той формѣ, которая получается при двухъ одновременныхъ движеніяхъ, вращательномъ и поступательномъ.

Г. Каченовскій (Одесса).

НАУЧНАЯ ХРОНИКА.

Высота падающихъ звѣздъ. Въ настоящемъ году исполнилось сто лѣтъ съ того времени, какъ начались первыя систематическія наблюденія надъ высотою падающихъ звѣздъ. Для опредѣленія этой высоты необходимы, какъ извѣстно, одновременныя наблюденія съ двухъ различныхъ станцій. Въ 1798 году *Brandes* въ Лейпцигѣ и *Benzenberg* въ Дюссельдорфѣ произвели наблюденія надъ 22 падающими звѣздами и получили высоты отъ 10 до 220 километровъ. Въ 1823 году Brandes измѣрилъ высоты 62-хъ падающихъ звѣздъ: 55 изъ нихъ дали высоты отъ 50 до 110 километровъ. Въ настоящее время считаютъ средней высотой появленія падающихъ звѣздъ 120 кил., а средней высотой ихъ исчезанія—80 кил. Болиды потухаютъ на меньшей высотѣ, равной въ среднемъ 50 кил. Многія падающія звѣзды загораются на высотѣ 160 кил., рѣдко на высотѣ 200 кил., очень рѣдко на высотѣ 240 кил. и, кажется, ни одна падающая звѣзда не наблюдалась выше 322 километровъ. Въ августѣ, ноябрѣ [redacted] декабрѣ прошлаго года *Denning* изучилъ 9 падающихъ звѣздъ, опредѣливъ высоту ихъ появленія (max. 225, min. 166 кил.), исчезанія (max. 199, min. 30 кил.), длину траэкторіи (45—443 кил.) и положеніе ихъ радіанта. (La Nature).

Новый химическій элементъ. Производя спектроскопическое изслѣдованіе газовъ, выдѣляемыхъ сольфатарой въ Пуццуоли, гг. Назини, Андерлини [redacted] Сальвадори открыли тамъ спектръ *коронія*, элемента, на-

*) При дробномъ $n = \frac{p}{q}$, точка A возвратится въ начальное положеніе послѣ q оборотовъ.

ходящагося въ солнечной коронѣ. При своихъ изслѣдованіяхъ они замѣтили нѣсколько спектровъ, принадлежащихъ, повидимому, неизвѣстнымъ до настоящаго времени элементамъ.

Зеленый лучъ. Вѣроятно читатели нашего журнала слыхали о рѣдкомъ и до настоящаго времени не изученномъ явленіи „зеленаго луча". Явленіе это состоитъ въ томъ, что первый лучъ по восходѣ солнца кажется наблюдателю окрашеннымъ въ яркій зеленый цвѣтъ. Такъ какъ явленіе это наблюдается чаще въ открытомъ морѣ, то его объясняли между прочимъ прохожденіемъ первыхъ лучей солнца сквозь слой морской воды. Недавно однако зеленый лучъ наблюдался при восходѣ солнца надъ сушей. Наблюденіе это было сдѣлано г. *H. de Maubeuge* 7/19 сентября сего года въ Суэцкомъ заливѣ. Въ письмѣ къ президенту Парижской Академіи Наукъ онъ описываетъ явленіе слѣдующимъ образомъ:

„Около 6 час. утра солнце взошло за массивомъ горы Синай, испуская въ первую секунду своего появленія лучъ изумрудно-зеленаго цвѣта, совершенно чистаго и яснаго. Явленіе это наблюдалось на пакетботѣ *Ernest-Simons* компаніи des Messageries maritimes 12-ю лицами, изъ которыхъ большинство не знало, что можетъ произойти что либо подобное и которые просто смотрѣли на Синай. Я самъ былъ свидѣтелемъ явленія."

„Вершина горы находилась приблизительно на высотѣ 10° надъ горизонтомъ. Атмосфера (сухая) была чрезвычайно чиста".

Г. de Maubeuge заключаетъ изъ этого наблюденія, что явленіе зеленаго луча совершенно объективно и что морской горизонтъ не играетъ при немъ никакой роли. Онъ объясняетъ явленіе прохожденіемъ желтоватаго или красноватаго свѣта газовыхъ вулкановъ солнечной фотосферы сквозь голубоватую толщу воздуха. (С. R.)

РАЗНЫЯ ИЗВѢСТІЯ.

17/29 сент. произошло землетрясеніе въ Фортунѣ, въ провинціи Мурсіи, въ Испаніи; чувствовались два толчка. Населеніе отдѣлалось легкой паникой. 18/30 сент. было сильное землетрясеніе въ Тунисѣ.

12/24 августа, на другой день послѣ грозы, Эрмитъ и Безансонъ въ Парижѣ пустили шаръ съ метеорологическими приборами. Шаръ былъ пущенъ въ полдень и за нимъ можно было слѣдить до высоты въ 3000 метровъ; онъ поднимался совершенно вертикально, благодаря отсутствію вѣтра. Когда шаръ достигъ высоты въ 10000 метровъ, быстрое теченіе унесло его на востокъ и въ 1½ часа онъ прошелъ 80 кил. На высотѣ въ 10000 метровъ термометръ отмѣтилъ —50°, тогда какъ на земной поверхности было 30°.

25 сент. въ Стокгольмѣ чествовали память знаменитаго химика Берцеліуса, скончавшагося 50 лѣтъ тому назадъ. Многія ученыя общества Европы послали туда своихъ представителей.

12/24 августа трагически погибъ въ Альпахъ сэръ Джонъ Гопкинсонъ, извѣстный электрикъ, со своимъ сыномъ и двумя дочерьми. Они предприняли восхожденіе на вершину Визиви безъ проводниковъ и на другой день ихъ трупы были найдены въ пропасти. Джонъ Гопкинсонъ извѣстенъ главнымъ образомъ усовершен-

ствованіемъ освѣтительныхъ приборовъ на маякахъ и теоретическимъ изслѣдованіемъ динамо-машинъ. Онъ былъ членомъ Лондонскаго Королевскаго Общества въ 1878 года и два раза, въ 1890 и 1896 г., былъ избираемъ въ президенты Института Инженеровъ - Электриковъ.

Какъ извѣстно, Пасха празднуется въ первое воскресеніе послѣ полнолунія, которое случится въ день весенняго равноденствія или непосредственно послѣ него, причемъ за день весенняго равноденствія принимается всегда 21 марта. Вслѣдствіе этого день Пасхи колеблется между 22 марта и 25 апрѣля. Директоръ Берлинской Обсерваторіи Форстеръ, Тондини и профессора Обсерваторіи Ватикана предлагаютъ, начиная съ 1900 года, праздновать Пасху въ третье воскресеніе, слѣдующее за весеннимъ равноденствіемъ. Если это предложеніе будетъ принято на Западѣ, то предѣлы, между которыми заключается Пасха, значительно сузятся, и Пасха будетъ всегда праздноваться между 4 и 11 апрѣля.

Извѣстный конструкторъ астрономическихъ приборовъ Готье строитъ въ настоящее время для Парижской Выставки 1900 года громадную астрономическую трубу, которая будетъ установлена въ особомъ „Дворцѣ Оптики", у башни Эйфеля. Труба эта будетъ имѣть 60 метровъ длины, и 1,25 метра въ отверстіи. Стоимость ея опредѣляютъ въ 1400000 франковъ. Такъ какъ было бы чрезвычайно трудно приводить въ движеніе эту гигантскую трубу и такъ какъ для нея потребовался бы подвижной куполъ громадныхъ размѣровъ, рѣшили установить ее неподвижно въ горизонтальномъ положеніи на каменныхъ устояхъ и отбрасывать въ нее изображенія звѣздъ при помощи подвижного плоскаго зеркала, имѣющаго два метра въ діаметрѣ. Оправа трубы состоитъ изъ 24 отдѣльныхъ стальныхъ трубъ, имѣющихъ каждая 2,5 метра въ діаметрѣ. Подвижная часть зеркала, которое будетъ отбрасывать изображенія въ трубу, вѣситъ 14000 килограммовъ. Зеркало, имѣющее въ діаметрѣ, какъ было сказано, два метра, въ толщину 30 сантиметровъ и вѣсящее 3600 кил., было отполировано механически; полировка продолжалась нѣсколько мѣсяцевъ. Объективы стоятъ 600000 франковъ; ихъ будетъ два: одинъ фотографическій, другой обыкновенный. Труба даетъ увеличеніе въ 6000, которое, можетъ быть, удастся довести и до 10000. Наибольшее увеличеніе, употребляемое въ настоящее время, равно 4000. При помощи новой трубы, если она оправдаетъ возлагаемыя на нее надежды, можно было бы слѣдить съ земли за эволюціями полка солдатъ на лунѣ или за ходомъ большого парохода.

ЗАДАЧИ.

№ 529. Найти остатокъ отъ дѣленія $x^m + 1$ на $x^2 + px + q$.

С. Шатуновскій (Одесса).

№ 530. Въ данный треугольникъ ABC вписать три равныхъ равностороннихъ треугольника: MA_1A_2, MB_1B_2, MC_1C_2, такъ чтобы они имѣли общую вершину M внутри треугольника, а остальныя ихъ вершины лежали на сторонахъ треугольника: A_2 и B_1 на AB, B_2 и C_1 на BC, C_2 и A_1 на CA. Найти выраженіе для стороны этихъ треугольниковъ въ функціи сторонъ треугольника ABC.

Студентъ *М. Зиминъ* (Юрьевъ).

№ 531. На діаметрѣ AB окружности O построенъ равносторонній треугольникъ ABC; діаметръ AB раздѣленъ на n равныхъ частей и вершина C соединена съ концомъ D второго дѣленія; прямая CD про-

должена до встрѣчи съ окружностью въ точкѣ F. Требуется вычислить длину хорды AF по данному радіусу окружности O. Разсмотрѣть частные случаи: $n = 3, 4, 6$.

(Заимств.).

№ 532. Вычислить стороны треугольника, если даны периметръ его—$2p$, сумма квадратовъ трехъ его сторонъ—δ^2, а также извѣстно,что

$$2bc = a(b + c).$$

(Заимств.) *Я. Полушкинъ* (Знаменка).

№ 533. Рѣшить уравненіе

$$ax^6 + bx^5 + cx^4 - (ae^3 + be^2 + ce - 3ake - 2bk)x^3 + ckx^2 + bk^2x + ak^3 = 0$$

П. Свѣшниковъ (Уральскъ)

№ 534. Заряжаютъ электричествомъ два взаимно касающіеся маятника длины l. Они отталкиваются, составляя каждый уголъ α съ вертикалью. Опредѣлить зарядъ x каждаго шарика, зная, что вѣсъ шарика p, и принимая вѣсъ нити равнымъ нулю.

(Заимств.) *М. Г.*

Упражненія для учениковъ.

1.—ABC—треугольникъ, уголъ B котораго раздѣленъ пополамъ биссекртисой BD; E—средина AC; изъ E проведена прямая, параллельная BD; которая встрѣчаетъ прямыя BC и AB соотвѣтственно въ точкахъ F и G. Доказать, что $AG = CF$.

2.—ABC — прямоугольный треугольникъ; чрезъ вершину A прямого угла и средину O гипотенузы BC проведена прямая AO, перпендикулярно къ ней проведена сѣкущая, которая пересѣкаетъ въ D катетъ AC и въ E—продолженіе катета AB; M—средина отрѣзка DE. Доказать, что прямая AM перпендикулярна къ BC.—

3.—$ABCDE$—правильный пятиугольникъ, вписанный въ окружность O; A_1—точка діаметрально противоположная A. I— точка пересѣченія хорды A_1B съ прямой OC. Доказать, что

$$A_1B - A_1C = A_1B - A_1I = IB = OB = R.$$

4.—$ABCD$—параллелограмъ; F—средина стороны BC, сѣкущая AF встрѣчаетъ въ E діагональ BD и въ G—продолженную сторону DC. Доказать, что

$$\overline{AE}^2 = \overline{EF}.\overline{EG}.—$$

5.—A, B, C, D—четыре точки, взятыя на окружности O такъ, что $AB = BC = CD$. Доказать, что

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}\cdot(\overline{AB} + \overline{AD})$$

6.—ABC—треугольникъ; BB_1 и CC_1—двѣ изъ его высотъ; изъ

B_1 опущенъ перпендикуляръ B_1B_2 на высоту CC_1, изъ C_1 опущенъ перпендикуляръ C_1C_2 на высоту BB_1. Доказать, что

$$\overline{B_1C_1}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{B_2C_2}$$

2 іюля 1898.

А. Гольденбергъ.

РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ.

№ 244 (2 сер.). *Доказать теорему: произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ вершинъ многоугольника, описаннаго около круга, на какую-нибудь касательную къ этому кругу и произведеніе разстояній точекъ касанія отъ той же касательной находятся въ постоянномъ отношеніи, не зависящемъ отъ положенія этой касательной.*

Пусть A — одна изъ вершинъ описаннаго многоугольника, m и n — точки прикосновенія сторонъ угла A, и пусть произвольная касательная пересѣкаетъ обѣ касательныя Am и An соотвѣтственно въ точкахъ B и C. Назовемъ соотвѣтствено черезъ x, y, z перпендикуляры, опущенные изъ точекъ m, A, n на прямую BC. Тогда, примѣняя къ треугольнику ABC обычныя тригонометрическія обозначенія, имѣемъ:

$$\frac{x}{y} = \frac{p-b}{c}, \quad \frac{z}{y} = \frac{p-c}{b},$$

откуда

$$\frac{xz}{y^2} = \frac{(p-b)(p-c)}{bc} = \sin^2 \frac{A}{2}.$$

Пусть O—центръ окружности, r—ея радіусъ, d—разстояніе OA. Тогда

$$\sin\frac{A}{2} = \frac{r}{d},$$

а потому

$$\frac{xz}{y^2} = \frac{r^2}{d^2} \qquad (1). \ *)$$

Пусть теперь y_1, y_2, . . . y_n суть соотвѣтственныя разстоянія отъ произвольной касательной вершинъ A_1, A_2, A_3, . . . A_n описаннаго многоугольника, d_1, d_2. . . . d_n — соотвѣтственныя разстоянія этихъ вершинъ отъ центра O, a_1, a_2, a_3, . . . a_n — соотвѣтственныя точки прикосновенія сторонъ $A_n A_1$, $A_1 A_2$, . . . $A_{n-1} A_n$ многоугольника, и x_1,

---

*) Предоставляемъ читателю убѣдиться въ томъ, что это равенство имѣетъ мѣсто и въ томъ случаѣ, когда произвольная касательная параллельна одной изъ сторонъ угла A.

$x_2, \ldots x_n$ — соотвѣтственныя разстоянія отъ произвольной касательной точекъ $a_1, a_2, \ldots a_n$.

Тогда (см. 1):

$$\frac{x_1 x_2}{y_1^2} = \frac{r^2}{d_1^2}$$

$$\frac{x_2 x_3}{y_2^2} = \frac{r^2}{d_2^2}$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot$$

$$\frac{x_{n-1} x_n}{y_{n-1}^2} = \frac{r^2}{d_{n-1}^2}$$

$$\frac{x_n x_1}{y_n^2} = \frac{r^2}{d_n^2}.$$

Перемножая эти равенства и извлекая квадратный корень изъ обѣихъ частей, найдемъ:

$$\frac{x_1 x_2 \ldots x_n}{y_1 y_2 \ldots y_n} = \frac{r^n}{d_1 d_2 \ldots d_n}.$$

Величина второй, а слѣдовательно и первой части этого равенства не зависитъ отъ положенія касательной.

Я. Полушкинъ (Знаменка); *Н. С.* (Одесса).

№ 248 (2 сер.). *Доказать теорему: во всякомъ четыреугольникѣ, описанномъ около круга, произведеніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ двухъ противоположныхъ вершинъ на какую-нибудь касательную и произведніе перпендикуляровъ, опущенныхъ изъ двухъ другихъ вершинъ на ту же касательную, находятся въ постоянномъ отношеніи, не зависящемъ отъ положенія этой касательной.*

Пользуясь обозначеніями и формулой (1) предыдущей задачи № 244, находимъ:

$$\frac{x_1 x_2}{y_1^2} = \frac{r^2}{d_1^2}; \quad \frac{x_3 x_4}{y_3^2} = \frac{r^2}{d_3^2}; \quad \frac{x_2 x_3}{y_2^2} = \frac{r^2}{d_2^2}; \quad \frac{x_4 x_1}{y_4^2} = \frac{r^2}{d_4^2}.$$

Перемножая два первыхъ, а затѣмъ два послѣднихъ изъ этихъ четырехъ равенствъ, получимъ:

$$\frac{x_1 x_2 x_3 x_4}{y_1^2\, y_3^2} = \frac{r^4}{d_1^2\, d_3^2} \quad \text{и} \quad \frac{x_1 x_2 x_3 x_4}{y_2^2\, y_4^2} = \frac{r^4}{d_2^2\, d_4^2},$$

откуда

$$\frac{y_1 y_3}{y_2 y_4} = \frac{d_1 d_3}{d_2 d_4},$$

гдѣ вторая часть очевидно не зависитъ отъ положенія касательной.

Я. Полушкинъ (Знаменка); *Н. С.* (Одесса).

№ [redacted] (2 сер.). *На прямой даны послѣдовательно четыре точки* A, B, C и D. *Черезъ* A *и* B *и черезъ* C *и* D *требуется провести касающіяся окружности такъ, чтобы сумма (или разность) ихъ радіусовъ была равна данной прямой* a. (См. зад. № 282).

Пусть E — центръ окружности, представляющей собою геометрическое мѣсто точекъ касанія касающихся окружностей, проходящихъ черезъ A и B, C и D *). Въ срединахъ P и Q отрѣзковъ AB и CD проводимъ перпендикуляры PP', QQ' къ прямой AD.

Если дана сумма радіусовъ, поступаемъ далѣе такъ. Изъ точки Q (или P), какъ изъ центра, опишемъ окружность радіуса a до встрѣчи ея вообще въ двухъ точкахъ S и S' съ перпендикуляромъ PP' (или, соотвѣтственно, QQ'). Построимъ затѣмъ касательныя къ окружности E, параллельныя соотвѣтственно прямымъ QS или QS'. Каждая изъ этихъ касательныхъ въ пересѣченіи съ перпендикулярами PP' и QQ' даетъ центры искомыхъ окружностей. Касательныхъ, параллельныхъ прямымъ QS или QS', можетъ быть четыре, двѣ или ни одной, смотря по взаимному расположенію окружности Q, радіуса a и прямой PP'. Поэтому и рѣшеній можетъ быть четыре, два или ни одного. **)

Если же дана разность радіусовъ, разсуждаемъ такъ. Пусть O и o — центры искомыхъ окружностей, проходящихъ соотвѣтственно черезъ A и B, C и D. Такъ какъ прямая Oo касается окружности E, то для построенія центровъ достаточно знать положеніе какой нибудь точки прямой Oo. Будемъ искать средину X прямой Oo. Пусть M — точка касанія искомыхъ окружностей. Тогда, полагая радіусы искомыхъ окружностей равными R и r и $R > r$, находимъ:

$$XM = R - \frac{R+r}{2} = \frac{R+r}{2} - r = \frac{R-r}{2} = \frac{a}{2},$$

откуда

$$\overline{EX}^2 = \overline{EM}^2 + \overline{XM}^2 = \varrho^2 + \frac{a^2}{4},$$

гдѣ ϱ — радіусъ окружности E.

---

*) Точка E лежитъ на пересѣченіи прямой AD съ радикальной осью какихъ либо окружностей, проходящихъ черезъ точки A и B, C и D. Радіусъ ϱ окружности E равенъ $\sqrt{EA \cdot EB} = \sqrt{ED \cdot EC}$. См. зад. № 282 въ № 131 Вѣстника, рѣшенную въ № 182.

**) Замѣна при построеніи точки Q точкой P не даетъ новыхъ рѣшеній.

Такимъ образомъ точка X лежитъ на окружности, описанной радіусомъ $\sqrt{\varrho^2+\frac{a^2}{4}}$ изъ центра E, но та же точка X лежитъ на перпендикулярѣ къ отрѣзку PQ въ его срединѣ. Пересѣченіе этихъ геометрическихъ мѣстъ, окружности и перпендикуляра, даетъ вообще два положенія X_1 и X_2 для точки X.

Каждая изъ этихъ касательныхъ къ окружности E радіуса ϱ, проведенныхъ изъ точекъ X_1 или X_2, въ пересѣченіи съ перпендикулярами PP' и QQ' опредѣлитъ центры искомыхъ окружностей. Рѣшеній опять можетъ быть четыре, два или ни одного.

П. С. (Одесса); неполное рѣшеніе далъ *В. Буханцевъ* (Борисоглѣбскъ).

№ 411 (2 сер.). *Данъ равносторонній треугольникъ* ABC, *сторона котораго равна* a; *на высотѣ его* BD *построенъ второй равносторонній треугольникъ* BDC_1 *и наконецъ по высотѣ* BD_1 *этого новаго треугольника построенъ еще равносторонній треугольникъ* BD_1C_2. *Найти радіусъ круга, описаннаго около треугольника* CC_1C_2 *и доказать, что центръ этого круга лежитъ на сторонѣ даннаго треугольника* ABC *на разстояніи* $\frac{a}{4}$ *отъ одной изъ его вершинъ.*

Опустимъ изъ вершины C высоту CE на сторону AB. Изъ равенства треугольниковъ BDC и $BC'C$ убѣждаемся, что уголъ $BC'C$ прямой. Такъ какъ углы BEC и $C'BE$ также прямые, то фигура $BECC'$ есть прямоугольникъ, а потому перпендикуляръ, проведенный къ прямой CC_1 черезъ ея средину M, встрѣтитъ подъ прямымъ угломъ сторону BE въ ея срединѣ O. Значитъ

$$OB=\frac{EB}{2}=\frac{AB}{4}=\frac{a}{4}. \quad (1)$$

Точно такъ же убѣдимся, что перпендикуляръ къ прямой C_1C_2 въ срединѣ ея M_1 пересѣчетъ BD подъ прямымъ угломъ въ нѣкоторой точкѣ O', притомъ такъ, что

$$O'B=\frac{BD}{4}.$$

Слѣдовательно продолженіе прямой M_1O', перпендикулярной къ BD и потому параллельной AC, пройдетъ черезъ точку O (см. 1). Слѣдовательно O есть центръ круга, описаннаго около треугольника CC_1C_2. Такъ какъ

$$\overline{OC}^2=\overline{CE}^2+\overline{OE}^2=\frac{3a^2}{4}+\frac{a^2}{16}=\frac{13a^2}{16},$$

то OC, радіусъ этой окружности, равенъ

$$\frac{a\sqrt{13}}{4}$$

В. Цировичъ (Симбирскъ); *К. Исаковъ* (Тифлисъ); *П. Ивановъ* (Одесса); *К. Щиголевъ* (Курскъ); неполное рѣшеніе далъ *П. Писаревъ* (Курскъ).

№ 417 (2 сер.). *Въ данный кругъ вписать трапецію по данной длинѣ бока* a *такъ, чтобы:*

1) *одна изъ параллельныхъ сторонъ была вдвое больше другой;*

2) *дуга соотвѣтствующая одной изъ параллельныхъ сторонъ, была вдвое больше дуги, соотвѣтствующей другой параллельной сторонѣ.*

Для рѣшенія первой задачи отложимъ въ данномъ кругѣ хорду $AB=a$ и продолжимъ ее отъ точки B на разстояніе $BC=AB=a$. Соединивъ точку C съ центромъ O даннаго круга, строимъ хорды BB' и AA', перпендикулярныя къ прямой OC. Тогда $BB'A'A$ есть искомая трапеція.

Для рѣшенія второй задачи откладываемъ въ данномъ кругѣ последовательно четыре хорды, равныя a. Соединяя 1-е и 5-е, 2-е и 4-е дѣленія, получимъ искомую трапецію. Условіе возможности первой задачи состоитъ въ томъ, чтобы a было менѣе діаметра круга. Для возможности второй задачи необходимо и достаточно, чтобы длина a была менѣе стороны вписаннаго въ данный кругъ квадрата.

Н. С. (Одесса); ***А. Рѣзновъ*** (Самара).

№ 429. (2 сер.). *Дана трапеція* ABCD, *коей меньшая изъ параллельныхъ сторонъ есть* BC. *Проведемъ внутри ея двѣ параллельныя прямыя* BE *и* CF, *пересѣкающія сторону* AD *въ точкахъ* E *и* F *и діагонали* AC *и* BD *соотвѣтственно въ точкахъ* G *и* H. *Назовемъ черезъ* I *точку пересѣченія діагоналей. Требуется доказать, что площадь пятиугольника* EGIHF *равна суммѣ площадей трехъ треугольниковъ:* AGB+BIC+CHD.

Пятиугольникъ $EGIHF$ состоитъ изъ треугольниковъ GIH, GHF и GFE, которые равновелики соотвѣтственно треугольникамъ BIC, CHD и AGB.

Дѣйствительно, отнимая отъ площадей равновеликихъ треугольниковъ BCH и GCH площадь ICH, находимъ что

$$\text{площ. } BIC = \text{площ. } GIH.$$

Отнимая отъ площадей равновеликихъ треугольниковъ BFD и CFD площадь FHD, имѣемъ:

$$\text{площ. } BHF = \text{площ. } CHD,$$

а такъ какъ

$$\text{площ. } BHF = \text{площ. } GHF,$$

то

$$\text{площ. } CHD = \text{площ. } GHF.$$

Также найдемъ

$$\text{площ. } GFE = \text{площ. } GCE = \text{площ. } AGB.$$

П. Ивановъ (Одесса) ***П. Хлѣбниковъ*** (Тула); ***Н. С.*** (Одесса).

№ 345. (3 сер.) *Изъ центра* O *круга, описаннаго около остроугольнаго треугольника* ABC, *радіусомъ* d *описана окружность. По даннымъ сторонамъ треугольника* ABC *и по радіусу* d *найти площадь*

шестиугольника, вершины котораго суть точки пересѣченія построенной окружности съ трансверсалями AO, BO, CO.

Пусть a, b, c—стороны, p—полупериметръ и Δ—площадь треугольника ABC.

Трансверсали AO, BO, CO образуютъ, въ случаѣ остроугольнаго треугольника, при O шесть угловъ попарно вертикальныхъ и равныхъ соотвѣтственно угламъ 180^0-2A, 180^0-2B, 180^0-2C. Эти же трансверсали разбиваютъ разсматриваемый шестиугольникъ на шесть равнобедренныхъ треугольниковъ, бока которыхъ равны d. Вычисляя и складывая площади этихъ треугольниковъ, находимъ, что искомая площадь S равна

$$d^2(\sin2A+\sin2B+\sin2C),$$

или, такъ какъ

$$A+B+C=\pi,$$

$$S=4d^2\sin A\sin B\sin C=4d^2.\frac{2\Delta}{bc}\cdot\frac{2\Delta}{ca}\cdot\frac{2\Delta}{ab}=\frac{32d^2\Delta^3}{a^2b^2c^2}=$$

$$=\frac{32d^2[p(p-a)(p-b)(p-c)]^{3/2}}{a^2b^2c^2}.$$

или же

$$\sqrt{R'^2-\frac{CD^2}{4}}=\sqrt{R'^2-\frac{AB^2}{16}}=\frac{R'^2}{R^2}.$$

Я. Полушкинъ (Знаменка); *Н. С.* (Одесса).

№ 404. (3 сер.) *Даны двѣ окружности радіусовъ* R *и* R_1 ($R>R_1$). *Въ окружности радіуса* R *проведена нѣкоторая хорда* AB, *соотвѣтствующая центральному углу* AOB, *и въ окружности радіуса* R_1 — *хорда*

$$CD=\frac{AB}{2},$$

причемъ центральный уголъ, ей соотвѣтствующій,

$$=\frac{AOB}{2}.$$

Опредѣлить AB. *Рѣшить эту задачу безъ помощи тригонометріи*

Опустивъ изъ центровъ O и O' данныхъ круговъ перпендикуляры OE и $O'E'$ на AB и CD, получимъ, что отношеніе площадей треугольниковъ EOB и COD равно

$$\frac{EB.OE}{2}:\frac{CD.O'E'}{2},$$

или же равно

$$\frac{OE}{O'E'},$$

такъ какъ

$$CD = \frac{AB}{2} = EB.$$

Но, принимая во вниманіе, что

$$\angle EOB = \angle CO'D,$$

найдемъ, что отношеніе тѣхъ же площадей равно

$$\frac{R.\ OE}{R'^2}.$$

Поэтому

$$\frac{OE}{O'E'} = \frac{R.OE}{R'^2},$$

откуда

$$O'E' = \frac{R'^2}{R^2}.$$

Я. Полушкинъ (с. Знаменка); *Л. Магазаникъ* (Бердичевъ); *И. Поповскій* (Умань); *Б. Арьшковъ* (Курскъ). *М. Зиминъ* (Орелъ).

BULLETIN

de la Société Astronomique de France.

№ 11—1897.

Les étoiles filantes du 14 Novembre. *C. Flammarion.* Леониды—падающія звѣзды въ ночь 13 - 14 ноября нов. ст.—представляютъ кучу космическихъ тѣлецъ, движущихся по эллиптическимъ орбитамъ, афелій которыхъ находится близъ орбиты Урана (на разстояніи 19,68 отъ солнца), а перигелій на разстояніи 0,986, т. е. почти совпадаетъ съ тѣмъ мѣстомъ земной орбиты, въ которомъ земля бываетъ 13 —14 ноября; время обращенія этой кучи=33¼ г. По этой же орбитѣ движется комета 1866 (Темпеля), но нѣсколько скорѣе, совершая оборотъ въ 33 г. 67 д. Уголъ наклоненія орбиты къ эклиптикѣ=16°46′. Куча метеоровъ вытянута по орбитѣ, такъ что ей нужно не менѣе двухъ лѣтъ для прохожденія чрезъ перигелій. Ближайшее столкновеніе этой кучи съ землею предстоитъ 14 ноября 1899 г. По вычисленіямъ Леверье эта куча пришла изъ звѣзднаго пространства по параболической орбитѣ и въ 126 г. по Р. Х. она прошла очень недалеко отъ Урана, притяженіе коего и измѣнило ея орбиту въ эллиптическую; узелъ этой орбиты медленно движется въ сторону движенія планетъ; поэтому съ каждымъ появленіемъ она немного запаздываетъ и нѣсколько измѣняется положеніе радіанта: такъ въ 1799 г. Гумбольдтъ въ Куманѣ наблюдалъ метеорный дождь въ ночь 11 — 12 ноября, въ 1833 г. Ольмстедъ— въ ночь 12 - 13 ноября, въ 1866 г.— 13—14 ноября. Радіантъ въ настоящее время находится почти по срединѣ линіи, соединяющей γ и ε больш. Льва. Вѣроятно кромѣ главнаго сгущенія въ этой кучѣ есть еще и другія, такъ какъ обильное паденіе Леонидовъ наблюдалось въ 1888, 1880, 1879, 1858, 1849, 1848 гг. и т. д.

Société Astronomique de France. Séance du 6 oktobre.

Spectres des étoiles doubles colorées. S. *W. Huggins.* Автору удалось фотографировать отдѣльно спектры звѣздъ, составляющихъ нѣкоторыя двойныя системы. Изслѣдованія спектровъ звѣздъ, составляющихъ α Геркулеса, показало, что менѣе яркая звѣзда старше, т. е. прошла больше стадій развитія. У β Лебедя главная

звѣзда 3 величины желтая, вторая 5 вел. синяя; изслѣдованіе спектровъ показало, что послѣдняя относится къ типу бѣлыхъ звѣздъ, т. е. болѣе молодыхъ. Казалось-бы, что меньшая звѣзда скорѣе должна охладиться и быть старше по развитію. Это кажущееся противорѣчіе, вѣроятно, можно разрѣшить слѣд образ.: яркость и величина звѣзды—вещи различныя, такъ какъ яркость можетъ обусловливаться не только величиной, но и составомъ свѣтящагося вещества и различной поглощательной способностью атмосферы звѣзды.

Spectres des étoiles principales de la nébuleuse d'Orion. *W. Huggins.* Автору удалось отдѣльно фотографировать спектры трехъ звѣздъ трапеціи Оріона (Θ); они оказались очень богатыми свѣтлыми и темными линіями; замѣчательною особенностью этихъ спектровъ является несимметричное наложеніе темныхъ линій на свѣтлыя, особенно замѣтное для линій водорода. По мнѣнію автора существуетъ физическая связь между системой Θ и самой туманностью.

Le monde de Jupiter. *C. F.* Наблюденія Антоніади въ Juvisy показали, что на Юпитерѣ произошли большія перемѣны: красное овальное пятно слабо видно, сѣверная экваторіальная полоса за 6 мѣсяцевъ стала въ 10 разъ шире и раздвоилась, будучи во вторую половину оппозиціи интенсивнаго пурпуроваго цвѣта; гранатовыхъ пятенъ тропическаго пояса не было видно; полоса сѣв. умѣреннаго пояса, отчетливо видимая въ Сентябрѣ 1896 г., совершенно исчезла къ концу оппозиціи.

Nouveaux dessins de la planète Mars. *G. A.* 4 рисунка Марса по наблюденіямъ Лео Бренера 7 Окт., 30 Н., 9 Дек. 1896 г. и 5 Янв. 1897 г.

Nouvelles divisions dans les anneaux de Saturne. Л. Бренеру удалось съ 27 авг. по 3 сент. 1897 г. наблюдать новый просвѣтъ въ кольцахъ Сатурна, а именно между просвѣтами Кассини и Энке.

Etoiles filantes observées dans la nuit du 12 au 13 Nov 1896. *F. Quénisset.*

Eclipse annulaire de Soleil du 29 Juillet 1897. *P. Perrenod.* Солнечное затменіе 29 Іюля 1897 г. въ Saint-Pierre (Martinique) наблюдалось какъ частное. Солнце было окружено великолѣпнымъ halo. Температура съ 35° С къ наибольшей фазѣ упала до 30,75°.

La longévité des astronomes. *C. F.*

Nouvelles de la Science. Variétés.

Cadet въ Ліонѣ 11 Сент. 1897 г. поднявшись на аэростатѣ измѣрилъ электрическое состояніе атмосферы. Небо было безоблачно. Вотъ полученныя числа:

На поверх. земли	7 ч 30 м. у.	150 вольтъ
1050 — 1800 метр.	7 ч 55 м. — 8 ч. 23 м.	44 — 27 в.
1900 — 2760 —	8 ч 25 м. — 8 ч. 55 м.	25 — 20 —
2850 — 3520 —	8 ч. 57 м. — 9 ч. 18 м.	24 — 17 —
3900 — 4150 —	9 ч. 37 м. — 10 ч. 24 м.	15 — 11 —.

Le ciel du 15 Nov. au 15 Dec.

№ 12—1897.

L'oeuvre astrophysique de Fizeau. *A. Cornu.* Главнѣйшими трудами Физо были слѣдующіе. Прежде всего онъ усовершенствовалъ даггеротипію въ трехъ отношеніяхъ: сократилъ продолжительность позы разъ въ 60, подвергая іодистую пластинку дѣйствію паровъ брома, затѣмъ фиксировалъ изображеніе и придалъ ему окраску. Затѣмъ, въ сотрудничествѣ съ Фуко, онъ занимался измѣреніями силы свѣта луны и солнца и получилъ первую фотографію солнца діаметромъ въ 12 сант. Слѣдующей работой былъ извѣстный способъ измѣренія скорости свѣта. Наконецъ онъ установилъ извѣстный принципъ (Допплеръ-Физо). Принципъ этотъ былъ раньше выраженъ Допплеромъ и вѣрно примѣненъ имъ по отношенію къ звуку, но попытки примѣнить его къ свѣтовымъ явленіямъ не удались Допплеру, полагавшему, что движущаяся по направленію луча зрѣнія звѣзда должна измѣнить окраску; Физо правильно взглянулъ на дѣло: музыкальный тонъ даетъ простую волну, между тѣмъ

какъ свѣтъ звѣзды не монохроматиченъ, а потому и движеніе источника свѣта должно произвести нѣсколько другой эффектъ—перемѣщеніе спектральныхъ линій въ ту или другую сторону.

Soc. Astr. de Fr. Séance du [illegible] Nov.

Les étoiles filantes. *C. Flammarion* Много астрономовъ слѣдило въ ночь 13—14 ноября за Леонидами, но всюду ихъ было видно мало, чему отчасти способствовала дурная погода, отчасти свѣтъ луны. Осонно обильнаго паденія метеоровъ и ожидать было нельзя, такъ какъ въ это время наиболѣе густая часть этого космическаго облака была отъ насъ на разстояніи разъ въ 7 большемъ, чѣмъ разстояніе земли отъ солнца. Кромѣ того при всякомъ столкновеніи съ землей облако это нѣсколько вытягивается вдоль орбиты, благодаря неодинаковому дѣйствію солнца на различныя части его, отчасти бѣднѣетъ вслѣдствіе паденія метеоровъ на землю. Поэтому такіе обильные метеорные дожди, какъ въ 1799, 1833, 1866 гг., должны съ теченіемъ времени прекратиться.

La photographie des étoiles filantes. *A. de la Baume Pluvinel.* Знать видимыя траекторіи метеоровъ необходимо для опредѣленія радіанта, наблюденіе же траекторіи *одного и того же* метеора изъ *двухъ* различныхъ мѣстъ даетъ возможность опредѣлить разстояніе метеора для двухъ моментовъ (начала и конца траекторіи), что вмѣстѣ съ временемъ, въ которое пройдена траекторія, даетъ величину скорости метеора. Наблюденія невооруженнымъ глазомъ не даютъ *точныхъ* результатовъ: сравнивая наблюденія *разныхъ* лицъ изъ *одного и того же* мѣста надъ *однимъ* и тѣмъ-же метеоромъ, нашли, что разница въ оцѣнкѣ положенія сплошь да рядомъ доходитъ до 2°, что и неудивительно, такъ какъ въ небольшую долю секунды такое опредѣленіе на глазъ затруднительно. Поэтому явилась мысль примѣнить къ дѣлу фотографію; къ сожалѣнію немногіе метеоры настолько ярки, чтобъ дать на фотографичской пластинкѣ ясный слѣдъ. Авторъ задался цѣлью изслѣдовать, каковы наилучшія условія такого способа наблюденій.

Для такого фотографированья необходимы объективы съ большимъ отношеніемъ діаметра къ фокусному разстоянію (у автора былъ объективъ въ 0,08 м. въ діам. и 0,30 м. фок. разст.); хотя нужно замѣтить [illegible] неудобство ихъ въ томъ отношеніи, что чѣмъ дальше отъ центра поля зрѣнія, тѣмъ изображеніе расплывчатѣе и можетъ даже совсѣмъ не получиться. Главный вопросъ, которымъ задался авторъ, слѣдующій: какимъ блескомъ должна обладать звѣзда, чтобъ дать изображеніе своей траекторіи. Выбравши среднія условія, когда траекторія не перпендикулярна и не параллельна пластинкѣ, а наклонена подъ угломъ въ 37° и проходится не медленно и не быстро, а въ 0,77 сек., авторъ нашелъ для видимой угловой скорости звѣзды 45° въ сек. Съ другой стороны фотографическій аппаратъ, установленный *неподвижно* на экваторіальную часть неба даетъ слѣдъ звѣзды 8 вел., для которой скорость видимаго движенія = 0,00416° въ сек.; такимъ образомъ видимая скорость метеора въ 10800 разъ больше видимой скорости звѣзды 8 вел.; если допустить, что отношеніе яркости звѣздъ двухъ сосѣднихъ величинъ = 2, 5, то оказывается, что *метеоръ дастъ слѣдъ на фотографической пластинкѣ, если будетъ въ 18 разъ ярче звѣзды первой величины.* Чтобы провѣрить свой выводъ, авторъ установилъ камеру на Вегу и вращалъ ее около оси, перпендикулярной къ оптической оси; слѣдъ Веги получился при угловой скорости камеры въ 3° въ сек.; слѣд. для звѣздъ, движущихся въ 15 разъ скорѣе, и яркость должна быть въ 15 разъ больше, что и подтверждаетъ предыдущій выводъ.

Такъ какъ такіе яркіе метеоры рѣдки, то случаи фотографированія ихъ немногочисленны. Больше всего такихъ фотографій получилъ Max Wolf въ Гейдельбергѣ. Въ 1891 г., фотографируя часть Б. Медвѣдицы, онъ получилъ траекторію метеора на протяженіи 6°; затѣмъ ему удалось случайно получить фотографію метеора въ Лебедѣ; наконецъ 25 сентября 1892 г. онъ сразу получилъ 3 траекторіи, давшія возможность точно опредѣлить радіантъ. Работы Вольфа показали, что метеоръ въ различныхъ точкахъ своей траекторіи неодинаково яркъ.

Нѣсколько траекторій удалось получить Барнару въ 1893 г. [illegible] обсерв. Lick'a. Въ 1895 г. съ тѣмъ же приборомъ удались снимки Кольтону и Перину. Elkin построилъ приборъ изъ шести камеръ, направленныхъ въ разныя части неба [illegible] укрѣпленныхъ на одной оси съ параллельной установкой.

Къ сожалѣнію наиболѣе яркіе метеоры принадлежатъ чаще всего къ спорадическимъ.

При такомъ положеніи дѣлъ успѣховъ отъ примѣненія фотографіи можно ожидать только съ появленіемъ болѣе чувствительныхъ пластинокъ.

Documents complémentaires sur la géographie et la rotation de Vénus. Нѣсколько рисунковъ и картъ Венеры, составленныхъ де-Вико, Біанкини, Нистеномъ, Бреннеромъ, Molesworth'омъ; всѣ эти рисунки не похожи другъ на друга и на рисунки другихъ астрономовъ, изъ чего слѣдуетъ, что мы на Венерѣ не имѣемъ никакихъ опредѣленныхъ такъ сказать мѣтокъ, на основаніи которыхъ можно было-бы опредѣлить продолжительность ея вращенія. Всѣ эти рисунки вмѣстѣ съ статьей Фламмаріона (см. Bul. № 10) отпечатаны теперь отдѣльной брошюрой.

Saturne en 1897 à l'observatoire de Juvisy. *Flammarion et Antoniadi.* Сатурнъ, благодаря небольшой высотѣ надъ горизонтомъ, былъ въ неособенно благопріятныхъ для наблюденія условіяхъ и ничего особеннаго на немъ не замѣчено.

Limite anormale de l'ombre de Saturne sur les anneaux. *Anatole Wonashek.* Нѣкоторые астрономы (Шретеръ, Лоссель, де-ля-Рю, Webb) замѣчали, что тѣнь Сатурна на кольцахъ ограничена кривой, обращенной выпуклостью къ Сатурну. Изслѣдуя это явсеніе, Wonashek замѣтилъ, что оно періодически повторяется и особенно замѣтно во время около квадратуръ т. е. когда разность геліоцентрическихъ долготъ Сатурна и земли $= 90^0 + \alpha$, гдѣ α колеблется между 10^0 и 35^0; въ такихъ положеніяхъ эта тѣнь находится въ наилучшихъ для наблюденія условіяхъ. Явленіе это можно объяснить допущеніемъ, что плоскости колецъ не всегда совпадаютъ, а періодически колеблются около нѣкоторыхъ осей, напоминая собою кардановскую систему.

Nouvelles de la Science. Variétés

Le ciel du 15 D. au 15 Janv. 1898.

К. Смоличъ. (Умань)

ДОСТАВЛЕННЫЯ ВЪ РЕДАКЦІЮ КНИГИ и БРОШЮРЫ.

105. **Естественно-историческій очеркъ микробовъ.** Рѣчь, прочитанная на торжественномъ актѣ Екатеринбургской женской гимназіи 3 октября 1893 года, преподавателемъ *А. Яковкинымъ.* Приложеніе къ отчету Екатеринбургской женской гимназіи за 1893 годъ. Екатеринбургъ 1894.

106. **Распредѣленіе абсолютныхъ наибольшихъ и наименьшихъ температуръ и ихъ амплитудъ на пространствѣ Россійской Имперіи.** *А. Варнекъ.* (Съ 3 картами). (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ V. № 6), СПБ. 1897 Ц. 1 р. 40 коп.

107. **О температурѣ почвы въ нѣкоторыхъ мѣстностяхъ Россійской Имперіи.** Составилъ *П. И. Ваннари.* (Съ таблицей кривыхъ). (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ V. № 7.). СПБ. 1897. Ц. 1 р. 20 к.

108. **Объ отношеніи между облачностью и продолжительностью солнечнаго сіянія.** *И. Фигуровскій.* (Съ одной таблицей). (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико математическому отдѣленію. Томъ V. № 12) СПБ. 1897 Ц. 1 р. 40 к.

109. **Пути циклоновъ въ Европейской Россіи за 1890-1892 годы.** *П. Рыбкинъ.* (Съ 12 картами). (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ VI. № 1). СПБ. 1898. Ц. 2 р. 60 коп.

110. **Грозы въ Европейской Россіи и на Кавказѣ за 1889 годъ.**

Н. Комовъ. (Съ двумя таблицами) (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ VI. № 3). СПБ. 1898. Ц. 80 к.

111. **Результаты метеорологическихъ наблюденій сѣти Главной Физической Обсерваторіи во время солнечнаго затменія 9-го августа (28-го іюля) 1896 г.** (Съ одной таблицею кривыхъ и 4 картами). (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ VI № 4). СПБ. 1898 Ц. 1 р. 20 к.

112. **О предсказаніи наименьшей температуры ночи**. *Н. Коростелевъ*. (Съ таблицею кривыхъ). (Записки Императорской Академіи Наукъ. По физико-математическому отдѣленію. Томъ VI. № 8). СПБ. 1898. Ц. 80 к.

113 **Сборникъ задачъ и примѣровъ. Пособіе для обученія начальной ариѳметикѣ**. Составилъ *С. Граменицкій*. 2-е изданіе. Ташкентъ. 1898 Ц. 45 к.

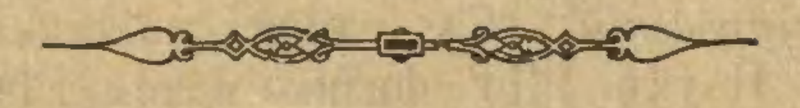
114. *А. А. Комовъ*, Начальникъ Асхабадскаго техническаго ж.-д. училища. **Общая ариѳметика**. Опытъ руководства для техническихъ желдорожн. училищъ. Курсъ I-го класса. Первое изданіе. Изданіе Н. Н. Комовой. Асхабадъ. 1898. Ц. 60 к.

115. **Методика практическаго курса ариѳметики. Пособіе для среднеучебныхъ заведеній. Методическое рѣшеніе ариѳметическихъ задачъ изъ курса I—III классовъ гимназій и Реальныхъ училищъ**. *К. Неклѣевича*. Елисаветградъ. 1898. Ц. 50 к.

116. **Систематическій курсъ ариѳметики** примѣнительно къ программамъ низшихъ классовъ среднихъ учебныхъ заведеній, учительскихъ семинарій, уѣздныхъ училищъ и другихъ низшихъ учебныхъ заведеній. Составилъ *Михаилъ Бобрѣевъ*. Изданіе автора. Либава. 1897. Ц. 50 к.

117. **Общая программа и инструкція для преподаванія учебныхъ предметовъ въ кадетскихъ корпусахъ**. Руководящія указанія. Частныя программы по всѣмъ учебнымъ предметамъ. Перечни учебныхъ пособій. СПБ. 1898.

ПОЛУЧЕНЫ РѢШЕНІЯ ЗАДАЧЪ отъ слѣдующихъ лицъ: *Л. Магазаника* (Бердичевъ) 438, 496, 501, 502, 505, 508 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка) 307, 319 (1 сер.), 441 (2 сер.); 500, 506 (3 сер.); *Черняка* (Николаевъ) 440, 447, 464, 472, 481, 483 (3 сер.); *Я. Полушкина* (с. Знаменка); 373, 381, 498, 508,, 515 (3 сер.); *П. Полушкина* (с. Знаменка) 357 (1 сер.); *С Адамовича* (Двинскъ) 370, 375, 378, 390, 391, 401, 404, 406, 411, 426, 435, 436, 438 (3 сер.).



Редакторъ В. А. Циммерманъ. Издатель В. А. Гернетъ.

Дозволено цензурою. Одесса, 4-го Ноября 1898 г.
„Центральная типо-литографія“, уг. Авчинникова пер. и Почтовой ул., д. № 39.